

ЗАЛЕВСЬКИЙ Богдан

Державний університет «Київський авіаційний інститут»

<https://orcid.org/0009-0008-8580-7722>

zalevskiybohdan@gmail.com

МОДЕЛІ БАГАТОРІВНЕВОГО КОНТРОЛЮ СТАНУ НАДІЙНОСТІ БАЗОВОЇ СТАНЦІЇ БЕЗПРОВІДНОЇ ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЙНОЇ МЕРЕЖІ

Розроблено модель багаторівневого контролю стану надійності базової станції безпроводної телекомунікаційної мережі. Поточний технічний стан подано впорядкованою множиною рівнів надійності, які описуються апіорними ймовірностями та щільностями розподілу контрольованих діагностичних показників. Як узагальнений показник використано апостеріорну ймовірність належності стану до відповідного рівня. Обґрунтовано комбінований усічений послідовний метод, у якому рішення може бути прийняте раніше граничної кількості вимірювань, а за відсутності достатньої достовірності процедура завершується у визначений момент із вибором рівня за критерієм максимуму апостеріорної ймовірності. Отримано аналітичні співвідношення для показника завершення контролю, мінімально достатньої кількості вимірювань і порогів прийняття рішення. Доведено однозначність класифікації та завершення процедури за скінченної кількості спостережень. Запропонована модель придатна для оперативного моніторингу базових станцій за показниками готовності, відмов, температурного режиму, живлення, радіотракту та якості передавання.

Ключові слова: базова станція; надійність; багаторівневий контроль; апостеріорна ймовірність; усічений послідовний метод; діагностичні показники.

ZALEVSKYI Bohdan

State University "Kyiv Aviation Institute"

DEVELOPMENT OF A MULTILEVEL RELIABILITY-STATE MONITORING MODEL FOR A BASE STATION OF A WIRELESS TELECOMMUNICATION NETWORK

A multilevel reliability-state monitoring model for a base station of a wireless telecommunication network is developed. The purpose of the study is to formalize reliability-state classification when diagnostic data are accumulated sequentially and the duration of monitoring must be coordinated with the required decision confidence. The current technical state is represented by an ordered set of reliability levels described by prior probabilities and probability-density functions of monitored diagnostic indicators. The posterior probability that the state belongs to a particular level is used as the generalized diagnostic measure. The mathematical description combines Bayesian classification, a truncated sequential observation procedure, and a maximum-posterior-probability rule. A decision may be made before the maximum number of observations is reached; if the accumulated information remains inconclusive, the sequence is stopped at a predetermined instant and the state is assigned to the level having the greatest posterior probability. Analytical relations are obtained for the stopping indicator, the minimum sufficient number of measurements, and level-specific decision thresholds. It is shown that, for nondegenerate diagnostic distributions and a finite set of reliability levels, the classification is unique and the monitoring procedure terminates after a finite number of observations. Unlike fixed-sample binary inspection, the proposed approach distinguishes operable, degraded, critical, and failure states while limiting unnecessary measurements. The model can be used for operational monitoring of base stations by availability, failure-rate, thermal, power-supply, radio-path, and transmission-quality indicators and provides a basis for condition-based preventive maintenance.

Keywords: base station; reliability; multilevel monitoring; posterior probability; truncated sequential method; diagnostic indicators

Стаття надійшла до редакції / Received 20.07.2026

Прийнята до друку / Accepted 19.08.2026

Опубліковано / Published 10.09.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© ЗАЛЕВСЬКИЙ Богдан

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Базова станція є ключовим елементом безпроводної телекомунікаційної мережі, від надійності якого залежать доступність радіопокриття, безперервність обслуговування абонентів і стійкість транспортної інфраструктури. Її працездатність визначається сукупністю різномірних показників: коефіцієнтом готовності, інтенсивністю відмов, температурою радіомодуля, параметрами живлення, вихідною потужністю, станом антенно-фідерного тракту та частотою помилок передавання. Зміна лише одного показника не завжди означає відмову, але може свідчити про перехід до допустимо погіршеного або критичного стану [1, 5-9].

Бінарний контроль за схемою «працездатна — непрацездатна» не відображає динаміку деградації та не дає змоги узгодити достовірність рішення з тривалістю спостереження. Фіксована кількість вимірювань або завищує час реакції, або спричиняє передчасну класифікацію за близьких значень діагностичних ознак. Тому актуальною є модель, яка розрізняє декілька рівнів надійності, накопичує інформацію послідовно та має формалізовані правила дострокового і гарантованого завершення контролю [1, 4, 10-14].

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ І ПУБЛІКАЦІЙ

Питання надійності телекомунікаційних мереж досліджують на рівнях структури мережі, каналів передавання та телекомунікаційного обладнання [2, 5-9]. У рекомендаціях щодо відновлення мереж і безперервного моніторингу наголошено на своєчасному виявленні деградацій та використанні достовірної телеметрії [3, 4].

У попередній роботі [1] розроблено методику оцінювання достовірності контролю стану надійності основного базового елемента телекомунікаційної мережі за нижньою межею умовної ймовірності правильної класифікації. Водночас адаптація цього підходу до багаторівневої класифікації технічного стану базової станції з формалізованою усиченою процедурою спостереження потребує окремого розв'язання.

У відомих підходах до багатоваріантної статистичної класифікації застосовують критерій максимуму апостеріорної ймовірності, процедури з відмовою від передчасного рішення та послідовний аналіз зі змінною тривалістю спостереження [10-14]. За фіксованої вибірки забезпечується однозначність вибору, проте не визначається мінімальний час, необхідний для досягнення заданої достовірності. Послідовні процедури зменшують середню кількість вимірювань, але для декількох рівнів стану потребують обґрунтованих порогів і правила зупинення.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою статті є розроблення моделі багаторівневого контролю стану надійності базової станції безпроводної телекомунікаційної мережі на основі апостеріорних імовірностей та усиченого послідовного спостереження. Для досягнення мети необхідно сформулювати математичний опис рівнів, визначити показник завершення контролю, отримати мінімально достатню кількість вимірювань і порогові прийняття рішення, а також обґрунтувати однозначність класифікації й завершення процедури за скінченної кількості спостережень.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Розроблення моделі багаторівневого контролю Математична модель контролю стану надійності

Нехай $A = \{A_k\}$, $k = \overline{1, N}$ - впорядкована множина рівнів стану надійності базової станції (БС) із заданими апіорними ймовірностями P_k , $\sum_{k=1}^N P_k = 1$; $\bar{x} = \{x_1, \dots, x_s\}$; - сукупність контрольованих діагностичних показників, що описують кожний рівень, зі щільністю розподілу $\rho_k(\bar{x})$, $k = \overline{1, N}$. У практичній моделі A_1 відповідає штатному стану, A_2 - допустимо погіршеному, A_3 - критичному, а A_n - стану відмови. До контрольованих показників належать коефіцієнт готовності, інтенсивність відмов, температура радіомодуля, напруга живлення, вихідна потужність, КСХН антенно-фідерного тракту та частота помилок передавання. Необхідно визначити векторну величину $\bar{\lambda} = \{\lambda_1, \dots, \lambda_N\}$, для якої, якщо будь-яка компонента набуває значення 1, усі інші $N-1$ компонент набувають значення 0. Це забезпечує віднесення поточного стану БС лише до одного рівня надійності [1, 4, 5, 7, 9].

Як оцінку випадкової векторної величини $\bar{\lambda}$ оберемо сукупність функціоналів $\bar{\gamma}(\bar{x}) = \{\gamma_1(x), \dots, \gamma_N(x)\}$, де x - вибіркове значення вектора діагностичних параметрів $\bar{x}$. Для оцінювання близькості використаємо середньоквадратичну міру відхилення [11, 14] вигляду:

$$[\gamma_k(x) - \lambda_k]^2.$$

Тоді оцінка $\bar{\lambda}$ має мінімізувати наведений вираз, тобто

$$[\gamma_k(x) - \lambda_k]^2 = \min, \forall k = \overline{1, N}.$$

Оптимальною оцінкою [11, 14] векторної величини $\bar{\lambda}$ за критерієм мінімуму середньоквадратичного відхилення є апостеріорна ймовірність:

$$q_k(\bar{x}) = \frac{p_k \rho_k(\bar{x})}{\sum_{j=1}^N p_j \rho_j(\bar{x})}. \quad (1)$$

Контрольовану БС можна однозначно віднести до рівня надійності A_k , якщо $q_k(\bar{x}) = 1$, $q_j(\bar{x}) = 0$, $\forall j \neq k = \overline{1, N}$. Така гранична ситуація практично не становить інтересу. У реальних умовах $q_k(\bar{x})$ набуває значень у відкритому інтервалі (0,1), відповідно й $q_j(\bar{x}) \in (0,1)$, $\forall j, k = \overline{1, N}$.

Вираз (1) можна інтерпретувати як критерій максимуму апостеріорної ймовірності. Отже, якщо $q_k(\bar{x}) = \max q_j(\bar{x})$, $j = \overline{1, N}$, рішення щодо поточного стану БС приймають на користь рівня надійності A_k [11-14].

Аналіз послідовних процедур прийняття рішення

Такий підхід забезпечує однозначність рішення за фіксованої кількості спостережень діагностичних показників БС. Якщо $q_k(\bar{x})$ лише незначно перевищує решту значень $q_j(\bar{x})$, $j \neq k = \overline{1, N}$, імовірність помилки зростає [11-14]. Це стало підставою для застосування методів із відмовою від передчасного рішення [10, 14]. Їхньою характерною ознакою є поріг для величини $q_k(\bar{x})$: рішення приймають на користь рівня A_k , коли $q_k(\bar{x})$ перевищує заданий поріг. Вибором порога регулюють достовірність багаторівневого контролю. Недоліком таких методів є фіксована кількість вимірювань, оскільки час накопичення даних, потрібних для заданої

достовірності, може бути неприйнятно великим для оперативного контролю БС.

Для визначення рівня надійності БС доцільно застосовувати методи послідовного аналізу зі змінною тривалістю спостереження діагностичних показників [10, 14]. Водночас відомі процедури мають недоліки, що обмежують їх практичне використання в системі експлуатаційного моніторингу безпровідної мережі.

Перший варіант [10] полягає в тому, що на ν -му вимірюванні рішення приймають на користь рівня A_k , для якого наведена нижче величина перевищує поріг V_0 :

$$L_k^v = \frac{\rho_k^v(\bar{x})}{\rho_k^v(\bar{x})}, k = \overline{1, N}, \quad (2)$$

де $\rho_k^v(\bar{x})$ - значення щільності розподілу ймовірностей випадкового вектора діагностичних параметрів $\bar{x}$ для рівня надійності A_k ;

$\rho_k^v(\bar{x})$ - значення спільної щільності розподілу ймовірностей випадкового векторного параметра для рівнів $A_j, j \neq k$, на ν -му етапі вимірювання.

Однак за певного вибору порога V_0 такий підхід не гарантує однозначності класифікації стану БС, оскільки можлива ситуація, коли

$$\frac{\rho_k^v(\bar{x})}{\rho_k^v(\bar{x})} > V_0 \quad \text{і} \quad \frac{\rho_j^v(\bar{x})}{\rho_j^v(\bar{x})} > V_0, \quad j \neq k = \overline{1, N}.$$

Тому можливий другий варіант вирішального алгоритму: на кожному ν -му вимірюванні визначають величину

$$L_k^v = \max_{j=\overline{1, N}} L_j^v,$$

де L_k^v визначають за (2). Якщо $L_k^v > V_0$, рішення приймають на користь рівня $A_k, k = \overline{1, N}$. Для перших двох варіантів у двоальтернативній схемі за аналогією з [10] доведено оптимальність за критерієм мінімальної середньої кількості вимірювань $M[\nu]$ за заданої достовірності класифікації. Коли рівнів надійності більше двох, виникають математичні та практичні труднощі визначення спільної щільності розподілу ймовірності $\rho_k^v(\bar{x})$.

У роботі [14] визначено критичну область, яка під час використання апостеріорної ймовірності забезпечує побудову оптимального послідовного вирішального алгоритму для багатоваріантної схеми. Проте загальні міркування щодо моменту зупинення контролю не задають конкретних значень порогів, що ускладнює практичне застосування процедури [14] для моніторингу БС.

Відомі послідовні процедури класифікації з імовірністю, близькою до одиниці, після певної кількості вимірювань відносять стан БС до одного з рівнів $A_k, k = \overline{1, N}$, однак не дають чіткого правила визначення моменту зупинення.

Тому для багаторівневого контролю стану надійності БС доцільно застосувати комбінований метод, сутність якого полягає в такому.

Апостеріорна ймовірність як діагностичний показник

Якість контролю стану БС характеризується умовною ймовірністю належності її поточного стану до відповідного рівня надійності. Ця ймовірність є узагальненим діагностичним показником: [1, 11-14]

$$q_k^v(\bar{x}) = \frac{P_k \rho_k^v(\bar{x})}{\sum_{j=1}^N P_j \rho_j^v(\bar{x})}, \quad (3)$$

де $q_k^v(\bar{x})$ - апостеріорна ймовірність належності стану БС до рівня A_k після ν вимірювань діагностичних показників;

P_k - апіорна ймовірність належності стану БС до рівня A_k .

$\rho_k^v(\bar{x})$ - умовна щільність розподілу ймовірностей після ν вимірювань діагностичних показників.

Покажемо, що якщо щільності $\rho_k(\bar{x}), k = \overline{1, N}$ не є тотожними, то зі збільшенням кількості вимірювань діагностичних показників $\nu \rightarrow \infty$ апостеріорна ймовірність рівня $A_k, k = \overline{1, N}$, задана виразом (3), прямує до одиниці.

Доведемо це твердження.

Нехай контролюється БС і виконано ν вимірювань її діагностичних показників. Тоді

$$q_k^v(\bar{x}) = \frac{P_k \rho_k^v(\bar{x})}{\sum_{s=1}^N P_s \rho_s^v(\bar{x})} = \frac{1}{1 + \sum_{s \neq k=1}^N \frac{P_s}{P_k} \exp \left[\sum_{i=1}^v \ln \frac{\rho_k^i(\bar{x})}{\rho_s^i(\bar{x})} \right]}.$$

За законом великих чисел [15] маємо:

$$\frac{1}{\nu} \sum_{i=1}^v \ln \frac{\rho_k^i(\bar{x})}{\rho_s^i(\bar{x})} \rightarrow M \left[\ln \frac{\rho_k(\bar{x})}{\rho_s(\bar{x})} \right] = \lambda_{ks} > 0,$$

де λ_{ks} - числа Кульбака-Лейблера, які визначають усередненням одиначної вибірки діагностичних показників.

Припустимо, що існує таке λ_{ks_0} , для якого $\lambda_{ks_0} < \lambda_{ks}, \forall s \neq s_0, s \neq k = \overline{1, N}$, тоді:

$$q_k^v(\bar{x}) = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp\left\{-v \left[\frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \ln \frac{\rho_k^i(\bar{x})}{\rho_S^i(\bar{x})} \right]\right\}} = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp(-v \lambda_{kS})} \approx 1 - \left\{ \frac{P_{S_0}}{P_k} \exp(-v \lambda_{kS_0}) + 0 \left[\sum_{\substack{S \neq S_0 \\ S \neq k=1}}^N \frac{P_S}{P_k} \exp(-v \lambda_{kS}) \right] \right\}.$$

Позначивши $\lambda_{kS_0} = \phi$ та $\frac{P_{S_0}}{P_k} = C$, остаточно одержимо

$$\lim_{v \rightarrow \infty} q_k^v(\bar{x}) = \lim_{v \rightarrow \infty} (1 - ce^{-v\phi}) = 1. \quad (4)$$

Отже, доведено, що апостеріорна ймовірність рівня, до якого належить фактичний стан контрольованої БС, у середньому описується виразом (4).

Аналіз (4) показує, що після певної кількості вимірювань v_k апостеріорна ймовірність набуває вигляду:

$$q_k^v(\bar{x}) \approx 1 - ce^{-v\phi}, \forall v \geq v_k, \quad (5)$$

можна відмовитися від традиційних фіксованих порогів, оскільки функція (5) перевищить будь-який поріг, як завгодно близький до одиниці. Отже, рішення про належність стану БС до конкретного рівня надійності доцільно приймати в момент $v_k = v$ без подальших вимірювань.

Побудова усіченого послідовного методу

Нехай $\bar{h}_1, \dots, \bar{h}_n$ - послідовність однаково розподілених векторів у N-вимірному евклідовому просторі R^N із нульовим математичним сподіванням $M[\bar{h}_i] = 0$ та дисперсійною матрицею $D[\bar{h}_i] = S$. Тоді за теоремою Леві-Ліндеберга [15] маємо:

$$\frac{\sum_{i=1}^n \bar{h}_i}{\sqrt{n}} \rightarrow \bar{\gamma} \sim N(0, S), \quad (6)$$

де $\bar{\gamma}$ - гауссівський вектор.

Розглянемо N-вимірний паралелепіпед П:

$$П = [-a_1, a_1] \dots [-a_n, a_n]. \quad (7)$$

З урахуванням (6) і (7) запишемо:

$$P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \bar{h}_i}{n} \in П \right\} = P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \bar{h}_i}{\sqrt{n}} \in П\sqrt{n} \right\} \approx P \{ \bar{\gamma} \in П\sqrt{n} \}. \quad (8)$$

Нехай α - довірчий рівень. Визначимо таке n, щоб виконувалося

$$P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \bar{h}_i}{n} \in П \right\} \geq 1 - \alpha$$

Якщо $D[\bar{h}_i]$ - невідроджена матриця, то S є невідродженим оператором, тому [15]

$$\left\| S^{-\frac{1}{2}} \bar{\gamma} \right\|^2 \sim \chi^2(N),$$

де $\chi^2(N)$ - χ^2 -розподіл із N ступенями свободи, отже:

$$P \left\{ \left\| S^{-\frac{1}{2}} \bar{\gamma} \right\|^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(N) \right\} = 1 - \alpha,$$

де $\chi_{1-\alpha}^2(N)$ - квантиль розподілу $\chi^2(N)$. З урахуванням (8) маємо:

$$P \left\{ \left\| S^{-\frac{1}{2}} \bar{\gamma} \right\|^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(N) \right\} = P \left\{ \gamma \in \left\{ x: \left\| S^{-\frac{1}{2}} x \right\|^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(N) \right\} \right\},$$

де $\left\{ x: \left\| S^{-\frac{1}{2}} x \right\|^2 \leq \chi_{1-\alpha}^2(N) \right\} = \mathcal{E}$ - N-вимірний еліпсоїд [15], а x - його внутрішні точки.

Нехай n - мінімальний номер, для якого

$$П\sqrt{n} \supset \mathcal{E}, \quad (9)$$

тоді з урахуванням (8) одержимо

$$P \left\{ \frac{\sum_{i=1}^n \bar{h}_i}{n} \in П \right\} \approx P \{ \bar{\gamma} \in П\sqrt{n} \} \geq P \{ \bar{\gamma} \in \mathcal{E} \} \geq 1 - \alpha. \quad (10)$$

Для n, більших за мінімальне значення, умова (10) також виконується.

Знайдемо потрібне n. Для цього визначимо таке мінімальне $\lambda \geq 0$, щоб паралелепіпед $П \cdot \lambda$ був описаний навколо еліпсоїда E. Межа еліпсоїда задається співвідношенням:

$$\left\| S^{-\frac{1}{2}} x \right\|^2 = C, \\ \text{де } C = \chi_{1-\alpha}^2(N).$$

Вектор зовнішньої нормалі в точці x паралельний градієнту функції $S^{-\frac{1}{2}}x$, що дорівнює

$$\text{grad} \left\| S^{-\frac{1}{2}}x \right\|^2 = 2S^{-1}x.$$

Знайдемо точку дотику гіперплощини $x_i = \text{const}$ та еліпсоїда. Для цього розв'яжемо систему рівнянь із коефіцієнтами $\mu > 0$ $e_i = (0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0)$

$$\begin{cases} S^{-1}x = \mu e_k; \\ \left\| S^{-\frac{1}{2}}x \right\|^2 = C. \end{cases} \quad (11)$$

З першого рівняння системи (11) визначимо $x = \mu S e_k$ і підставимо знайдене значення у друге рівняння. Після перетворень одержимо:

$$x_i \leq \sqrt{CS_{kk}},$$

$$\text{якщо } \Pi \cdot \lambda \supset \exists, \text{ то } \lambda \cdot a_k \geq \sqrt{CS_{kk}}, k = \overline{1, N}.$$

Як λ можна взяти мінімальне значення

$$\lambda_0 = \max_k \frac{\sqrt{C}}{a_k} \sqrt{S_{kk}},$$

тоді (9) виконуватиметься за умови $n \geq \lambda_0^2$.

Достатньо взяти

$$n = \left\lceil n \in H: \chi^2_{1-\alpha}(N) \max_k \frac{S_{kk}}{a_k^2} \right\rceil, \quad (12)$$

де H - множина натуральних чисел;

$\chi^2_{1-\alpha}(N)$ - квантиль розподілу χ^2 ;

S_{kk} - розмірність матриці розсіювання;

a_k^2 - числа Кульбака-Лейблера.

Розрахунок показника завершення контролю

Нехай задано алфавіт рівнів $A = \{A_k\}$, $k = \overline{1, N}$, який характеризується $\bar{x}$ певним невідродженим розподілом $P_N = \{P_k\}$, $k = \overline{1, N}$, де P_k - апіорна ймовірність належності контрольованого стану БС до k -го рівня надійності. Інформація про стан БС міститься, як і раніше, у n незалежних діагностичних показниках, а кожний рівень описується щільністю розподілу випадкового векторного параметра $\rho_k(\bar{x})$, $k = \overline{1, N}$.

Нехай на вході пристрою прийняття рішення сформовано сукупність показників БС, що характеризують рівень A_k після v вимірювань. Тоді:

$$q_k^v(\bar{x}) = \frac{P_k \rho_k^v(\bar{x})}{\sum_{S=1}^N P_S \rho_S^v(\bar{x})} = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp \left[-\ln \frac{\rho_k^v(\bar{x})}{\rho_S^v(\bar{x})} \right]}. \quad (13)$$

Розглянемо послідовність векторів:

$$\bar{h}_1 = \ln \frac{\rho_k(\bar{x}_1)}{\rho_S(\bar{x}_1)}, \dots, \bar{h}_v = \ln \frac{\rho_k(\bar{x}_v)}{\rho_S(\bar{x}_v)}. \quad (14)$$

Математичні сподівання векторів (14), як і раніше, визначимо згідно з [15]:

$$\lambda_{kS} = M_k \left[\ln \frac{\rho_k(\bar{x})}{\rho_S(\bar{x})} \right] > 0, S \neq k = \overline{1, N}. \quad (15)$$

Позначимо

$$d_{ij} = M_k \left[\left(\ln \frac{\rho_k(\bar{x})}{\rho_i(\bar{x})} - \lambda_{ki} \right) \left(\ln \frac{\rho_k(\bar{x})}{\rho_j(\bar{x})} - \lambda_{kj} \right) \right]^2, \quad (16)$$

$i \neq k, j \neq k$,

тоді $D = \|d_{ij}\|$ - невідроджена кореляційна матриця розміру $(N-1) \times (N-1)$. Зміст умови невідродженості матриці докладніше розглянуто в додатку А.

Тоді за умовою (6)

$$\frac{\sum_{i=1}^v \bar{h}_i}{\sqrt{v}} \rightarrow \bar{\gamma} \sim N(\lambda_{kS}, D). \quad (17)$$

Якщо подати $\bar{h}_i - M[\bar{h}_i] = \hat{\bar{h}}_i$, вираз (17) набуде вигляду

$$\frac{\sum_{i=1}^v \hat{\bar{h}}_i}{\sqrt{v}} \rightarrow \hat{\bar{\gamma}} \sim N(0, D). \quad (18)$$

З урахуванням (14), (15) і (18) вираз (13) запишемо у вигляді:

$$q_k^v(\bar{x}) = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp \left[-v \left(\lambda_{kS} + \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \hat{\bar{h}}_i \right) \right]},$$

$$\text{де } \hat{h}_i^S = \ln \frac{\rho_k(\bar{x}_i)}{\rho_S(\bar{x}_i)} - \lambda_{kS}.$$

Визначимо таке v , щоб з імовірністю не меншою за $1-\alpha$ виконувалася умова:

$$\left| \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \hat{h}_i^S \right| \leq \lambda_{kS}(1-x_k), \quad \forall s \neq k = \overline{1, N}. \quad (19)$$

Величину $x_k \in (0,1)$ оберемо далі. Тоді за виконання (19) з імовірністю не меншою за $1-\alpha$ одержимо:

$$\begin{aligned} q_k^v(\bar{x}) &\geq \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp\{-v[\lambda_{kS} - (1-x_k)\lambda_{kS}]\}} = \\ &= \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp[-vx_k\lambda_{kS}]} = q_k^{v_h}(\bar{x}); \end{aligned} \quad (20)$$

$$q_k^v(\bar{x}) \leq \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp\{-v[\lambda_{kS} + \lambda_{kS}(1-x_k)]\}} = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp[-v\lambda_{kS}(2-x_k)]} = q_k^{v_b}(\bar{x}). \quad (21)$$

Оскільки $x_k \in (0,1)$, то $q_k^{v_b}(\bar{x}) \geq q_k^{v_h}(\bar{x})$, а вирази (20), (21) визначають область невизначеності апостеріорної ймовірності рівня A_k , $k = \overline{1, N}$. Інакше кажучи, після v вимірювань значення апостеріорної ймовірності з імовірністю не меншою за $1-\alpha$ міститиметься між $q_k^{v_h}(\bar{x})$ та $q_k^{v_b}(\bar{x})$ (рис. 1). Область невизначеності не збільшується з кожним наступним вимірюванням $v+1$, а за $v \rightarrow \infty$ прямує до нуля відповідно до (4).

За аналогією з (12) визначимо кількість вимірювань, за якої справджуються (20) і (21):

$$v_k = \left\lceil v \in H: \chi_{1-\alpha}^2(N-1) \max_S \frac{S_{SS}}{a_k^2} \right\rceil, \quad (22)$$

де a_k визначають відповідно до (19).

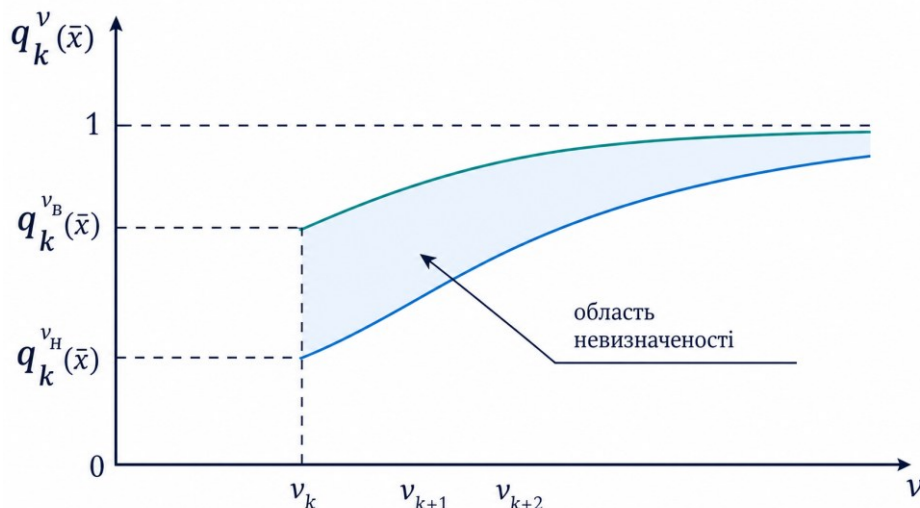


Рис. 1. Область значень апостеріорної ймовірності рівня надійності БС

Вважатимемо, що $v_k, k = \overline{1, N}$ є достатньою кількістю вимірювань діагностичних показників БС для класифікації стану за рівнем $A_k, k = \overline{1, N}$ заданого алфавіту. Кількість $v_k = v_j, \forall j \neq k = \overline{1, N}$ визначає найменшу, а $v_k \geq v_j, \forall j \neq k = \overline{1, N}$ - найбільшу тривалість, потрібну для класифікації стану БС усіченим послідовним методом [1, 10, 14].

Визначення порогів прийняття рішення

Для визначення порогів прийняття рішення усіченим послідовним методом розглянемо вибір величини $x_k \in (0,1)$, що входить до (19).

Як показано в підрозділі «Розрахунок показника завершення контролю», з імовірністю не меншою за $1-\alpha$ виконуватиметься умова:

$$q_k^v(\bar{x}) \geq q_k^{v_h}(\bar{x}) = \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k} \exp(-vx_k\lambda_{kS})} = f_k(v, x_k)$$

Величину x_k оберемо так, щоб $f_k(v, x_k) = b_k$, де $b_k \in (P_k, 1)$. Покажемо, що такий вибір можливий. Оскільки момент зупинення усіченого послідовного методу визначається за (22), то, нехтуючи

цілочисловим округленням правої частини, запишемо:

$$v_k \approx C_\alpha \max_{S \neq k} \frac{d_{SS}}{\lambda_{kS}^2}, \quad (23)$$

де $C_\alpha = \chi_{1-\alpha}^2(N-1)$.

З урахуванням (22) наближена рівність (23) набуде вигляду:

$$v_k \approx \frac{C_\alpha}{(1-x_k)^2} \cdot \max_{S \neq k} \frac{d_{SS}}{\lambda_{kS}^2}. \quad (24)$$

Позначимо $v_k^1 \approx C_\alpha \cdot \max_{S \neq k} \frac{d_{SS}}{\lambda_{kS}^2}$. Тоді одержимо співвідношення (25) і (26):

$$v_k \approx \frac{v_k^1}{(1-x_k)^2}, \quad (25)$$

$$f_k(v, x_k) \approx \frac{1}{1 + \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S \exp \left[-v_k^1 \lambda_{kS} \frac{x_k}{(1-x_k)^2} \right]}{P_k}}. \quad (26)$$

Права частина (26) монотонно залежить від x_k , причому за $x_k \rightarrow 0$

$$f_k(v, x_k) \rightarrow \frac{P_k}{P_k + \sum_{S \neq k=1}^N P_S} = P_k; \quad (27)$$

за $x_k \rightarrow 1$

$$f_k(v, x_k) \rightarrow \frac{1}{1 + 0 \cdot \sum_{S \neq k=1}^N \frac{P_S}{P_k}} = 1. \quad (28)$$

Отже, якщо $x_k = 0, k = \overline{1, N}$, то вирази (19) і (22) відповідно набудуть вигляду:

$$\left| \frac{1}{v} \sum_{i=1}^v \hat{h}_i^S \right| \leq \lambda_{kS}, \forall S \neq k = \overline{1, N}, \quad (29)$$

$$v_k = \left\lceil v \in H: \chi_{1-\alpha}^2(N-1) \max_{S \neq k} \frac{d_{SS}}{\lambda_{kS}^2} \right\rceil. \quad (30)$$

Кількість вимірювань діагностичних показників $v_k, k = \overline{1, N}$, визначена за (30), є мінімально достатньою для прийняття рішення про належність стану БС до рівня надійності $A_k, k = \overline{1, N}$.

Інакше кажучи, кількість вимірювань v_k визначає момент стабілізації апостеріорної ймовірності належності стану БС до рівня A_k , а її значення після v_k вимірювань буде не меншим за задану достовірність контролю. За $v > v_k$ подальша поведінка апостеріорної ймовірності прямує до вигляду (5) у межах, заданих (20) і (21).

Значення функції $f_k(v, x_k)$ за $x_k = 0, \forall k = \overline{1, N}$ визначає поріг прийняття рішення для стану БС рівня $A_k, k = \overline{1, N}$. Отже,

$$b_k = f_k(v, 0) = P_k \quad (31)$$

для прийняття рішення щодо стану БС рівня A_k на v_k -му вимірюванні необхідно порівняти $q_k^{v_k}(\bar{x})$ із порогом $b_k = P_k$.

Отже, усічений послідовний метод багаторівневого контролю стану надійності БС реалізується такою процедурою.

Для контрольованої БС за формулою (30) обчислюють необхідну кількість вимірювань $v_k, k = \overline{1, N}$ діагностичних показників для визначення відповідного рівня надійності.

Процес прийняття рішення починається в момент $v_k \leq v_j, \forall j \neq k = \overline{1, N}$, коли визначають апостеріорну ймовірність $q_k^{v_k}(\bar{x})$ для рівня надійності $A_k, k = \overline{1, N}$. Якщо

$$1) q_k^{v_k}(\bar{x}) \geq P_k, \quad (32)$$

процес завершується прийняттям рішення на користь рівня A_k . Якщо

$$2) q_k^{v_k}(\bar{x}) < P_k, \quad (33)$$

процес продовжують до отримання вимірювання $v_j, v_k \leq v_j \leq v_i, j \neq k, j \neq i$, після чого повторюють етапи 1) і 2). У загальному випадку процедуру продовжують до моменту $v_r = \max_{k=\overline{1, N}} v_k$ та приймають рішення на користь рівня A_r , якщо виконується (32). Якщо за $v_r = \max_{k=\overline{1, N}} v_k$ виконується (33), рішення приймають на користь рівня $A_l, l = \overline{1, N}$ за умови

$$q_l^{v_r}(\bar{x}) = \max_{k=\overline{1, N}} q_k^{v_r}(\bar{x}), k = \overline{1, N}. \quad (34)$$

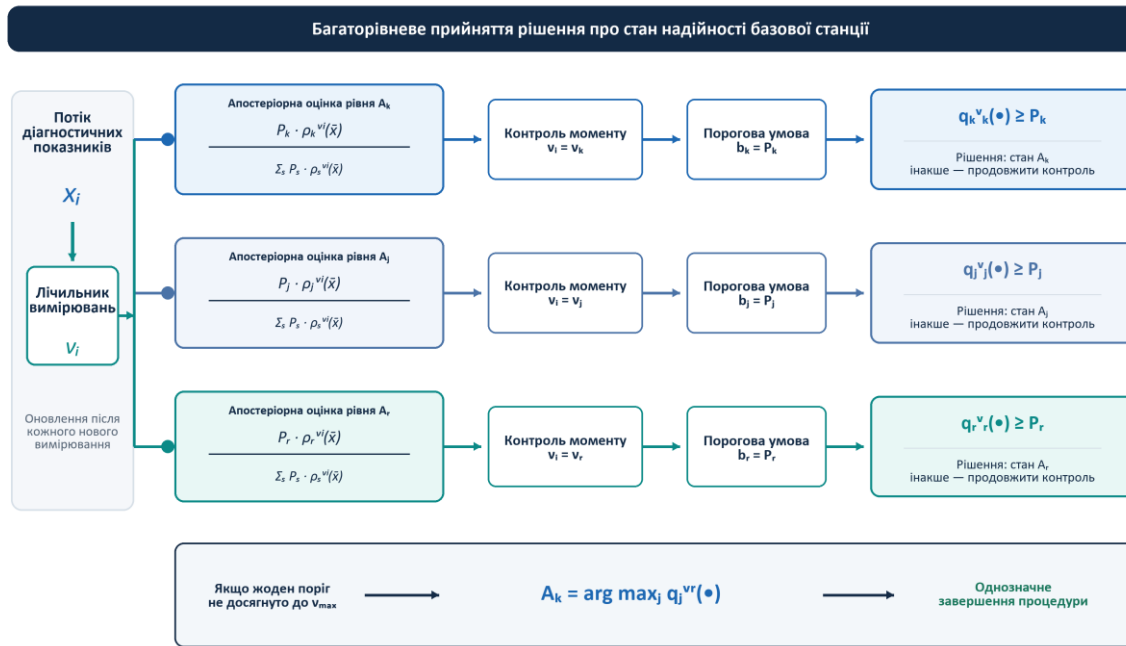


Рис. 2. Структурна схема прийняття рішення під час багаторівневого контролю стану надійності БС

Однозначність рішення та ймовірність завершення процедури

Рішення під час багаторівневого контролю стану надійності БС залежить від заданого порога b_k . Для послідовної процедури пороги мають забезпечувати однозначність рішення та ймовірність завершення процесу, що дорівнює одиниці, за скінченної кількості вимірювань діагностичних показників [10, 14].

Як і раніше, вважатимемо, що інформація про контрольований стан БС рівня $A = \{A_k\}, k = \overline{1, N}$ міститься в n незалежних параметрах, а кожний рівень надійності описується щільністю розподілу показників $\rho_k(\bar{x}), k = \overline{1, N}$.

Для доведення однозначності рішення необхідно показати: якщо виконується нерівність

$$q_k^{v_k}(\bar{x}) \geq b_k, \quad (35)$$

де $q_k^{v_k}(\bar{x})$ - апостеріорна ймовірність належності стану БС до рівня A_k після v_k вимірювань, то для всіх інших рівнів має виконуватися

$$q_j^{v_k}(\bar{x}) < b_j. \quad (36)$$

Розглянемо вирази (35) і (36) докладніше.

Із сутності усіченої послідовної процедури випливає, що порівняння $q_k^{v_k}(\bar{x})$ і $q_j^{v_j}(\bar{x})$ з порогами має сенс, якщо кількості вимірювань, визначені за (30), збігаються, тобто $v_k = v_j$.

Якщо $v_k \neq v_j, v_k > v_j, \forall j \neq k = \overline{1, N}$, однозначність впливає з самої процедури: рішення приймають на користь рівня A_k , якщо $q_k^{v_k}(\bar{x}) \geq b_k$ за умови $v_k = v_j, j \neq k = \overline{1, N}$. Апостеріорні ймовірності інших рівнів стану БС $A_j, j \neq k = \overline{1, N}$ у цей момент із порогами не порівнюють, тому додаткових рішень не приймають.

Розглянемо загальний випадок, коли кількості вимірювань, визначені за (30), збігаються, тобто $v = v_k, k = \overline{1, N}$.

Тоді можлива ситуація, коли

$$\begin{cases} q_k^v(\bar{x}) \geq b_k \\ \vdots \\ q_j^v(\bar{x}) \geq b_j \\ \vdots \\ q_N^v(\bar{x}) \geq b_N \end{cases} \quad (37)$$

Система (37) має зміст лише за одночасного виконання строгих рівностей для всіх її виразів, що для випадкової величини $q_k^v(\bar{x}), k = \overline{1, N}$ практично неможливо, тобто

$$P\{q_k^v(\bar{x}) = b_k, \forall k = \overline{1, N}\} = 0.$$

Отже, із системи (37) вилучаються вирази, для яких виконується (36). Тому можна записати

$$\begin{cases} q_k^v(\bar{x}) \geq b_k \\ \vdots \\ q_r^v(\bar{x}) \geq b_r \\ \vdots \\ q_j^v(\bar{x}) < b_j \\ q_m^v(\bar{x}) < b_m \end{cases}, \quad (38)$$

де $A = \{A_k: q_k^v(\bar{x}) \geq b_k, k = 1, \dots, r\} \cup \{A_j: q_j^v(\bar{x}) < b_j, j = 1, \dots, m\}$.

Для рівнів $A_k, \forall k = \overline{1, r}$ рішення приймають на користь того, для якого

$$q_i^v(\bar{x}) = \max_{k=\overline{1, r}} q_k^v(\bar{x}), \quad (39)$$

що відповідає обраному критерію максимуму апостеріорної ймовірності.

Таким чином, однозначність прийняття рішення під час багаторівневого контролю стану надійності БС усіченим послідовним методом доведено.

Ймовірність завершення усіченої послідовної процедури визначають аналогічно. Якщо за $v_j \leq \max_{k=\overline{1, N}} v_k$ рішення не прийнято, то за $v_i \leq \max_{k=\overline{1, N}} v_k$ його приймають на користь рівня A_i , якщо $q_i^{v_i}(\bar{x}) \geq b_i$. Інакше рішення приймають відповідно до (39), тому за $v = v_{\max}$ буде визначено рівень $A_k, k = \overline{1, N}$.

Доведені властивості усіченої послідовної процедури є необхідною умовою оптимальності розробленої моделі багаторівневого контролю стану надійності базової станції.

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Розроблено модель багаторівневого контролю стану надійності базової станції, у якій узагальненим діагностичним показником є апостеріорна ймовірність належності поточного стану до одного з упорядкованих рівнів. На відміну від контролю з фіксованою вибіркою, запропонована усічена послідовна процедура узгоджує достовірність класифікації з фактично необхідною тривалістю спостереження.

Отримано співвідношення для показника завершення контролю, мінімально достатньої кількості вимірювань і рівневих порогів. Доведено, що рішення є однозначним, а процедура завершується не пізніше заданого граничного моменту. Якщо поріг досягнуто раніше, стан класифікують достроково; якщо ні, на останньому кроці застосовують критерій максимуму апостеріорної ймовірності.

Практичне застосування моделі дає змогу виявляти не лише відмову, а й допустиме та критичне погіршення стану БС, що створює основу для превентивного технічного обслуговування. Подальша апробація має охопити оцінювання параметрів розподілів за експлуатаційними даними, аналіз корельованих діагностичних показників і перевірку порогів на стенді та в діючій мережі.

Література

1. Залевский, Б. (2026). Методика оцінювання достовірності контролю стану надійності основного базового елемента телекомунікаційної мережі. Наукові технології, 70(2), 220-226. <https://doi.org/10.18372/2310-5461.70.21198>
2. Dovgiy S. O., Vorobienko P. P., Gulyaev K. D. Modern Telecommunications: Networks, Technologies, Security, Economy, Regulation. 2nd ed. Kyiv: Azimuth-Ukraine, 2013. 608 p.
3. Disaster Management for Improving Network Resilience and Recovery with Movable and Deployable Information and Communication Technology (ICT) Resource Units. ITU-T Recommendation L.392. 2016.
4. Information Security Continuous Monitoring (ISCM) for Federal Information Systems and Organizations. NIST Special Publication 800-137. Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology, 2011. <https://doi.org/10.6028/NIST.SP.800-137>
5. Залевський Б. Модель комплексної оцінки структурної надійності при резервуванні базового елемента каналу передачі даних безпроводової телекомунікаційної мережі. Measuring and Computing Devices in Technological Processes. 2023. No. 2. P. 159-166. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-74-20>
6. Князева Н., Ненов О. Оцінка структурної надійності телекомунікаційних мереж невизначеної топології на основі імітаційного моделювання. Вісник Університету «Україна». Серія: Інформатика, обчислювальна техніка та кібернетика. 2021. No. 2(23). <https://visn-it.uu.edu.ua/index.php/visn-icct/article/view/54>
7. Mogylevych D., Kononova I., Klymovych O., Mohylevych V. Методика комплексної оцінки надійності телекомунікаційного обладнання мереж зв'язку. Військово-технічний збірник. 2020. No. 23. P. 50-57. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.23.2020.50-57>
8. Ahmad W., Hasan O., Pervez U., Qadir J. Reliability Modeling and Analysis of Communication Networks. Journal of Network and Computer Applications. 2017. Vol. 78. P. 191-215. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.11.008>
9. Dieves V. Dependability in Future Battle Network System - Transport Layer Ability to Maintain Quality of Service. Wireless Sensor Network. 2016. Vol. 8, No. 10. P. 211-228. <https://doi.org/10.4236/wsn.2016.810017>
10. Wald A. Sequential Analysis. New York: John Wiley & Sons, 1947.

11. Van Trees H. L., Bell K. L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2001.
12. Kay S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. 2: Detection Theory. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.
13. Poor H. V. An Introduction to Signal Detection and Estimation. 2nd ed. New York: Springer, 1994.
14. DeGroot M. H. Optimal Statistical Decisions. New York: McGraw-Hill, 1970.
15. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968.

References

1. Zalevskiy, B. (2026). Methodology for assessing the reliability of monitoring the reliability state of the main basic element of a telecommunications network. Science-Based Technologies, 70(2), 220-226. <https://doi.org/10.18372/2310-5461.70.21198>
2. Dovgiy S. O., Vorobienko P. P., Gulyaev K. D. Modern Telecommunications: Networks, Technologies, Security, Economy, Regulation. 2nd ed. Kyiv: Azimuth-Ukraine, 2013. 608 p.
3. Disaster Management for Improving Network Resilience and Recovery with Movable and Deployable Information and Communication Technology (ICT) Resource Units. ITU-T Recommendation L.392. 2016.
4. Information Security Continuous Monitoring (ISCM) for Federal Information Systems and Organizations. NIST Special Publication 800-137. Gaithersburg, MD: National Institute of Standards and Technology, 2011. <https://doi.org/10.6028/NIST.SP.800-137>
5. Zalevskiy B. Model of comprehensive structural reliability assessment when reserving the basic element of a wireless telecommunication network data transmission channel. Measuring and Computing Devices in Technological Processes. 2023. No. 2. P. 159-166. <https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-74-20>
6. Kniazieva N., Nenov O. Assessment of structural reliability of telecommunication networks of uncertain topology based on simulation modeling. Bulletin of the University 'Ukraine'. Series: Informatics, Computer Technology and Cybernetics. 2021. No. 2(23). <https://visn-ii.uu.edu.ua/index.php/visn-icct/article/view/54>
7. Mogylevych D., Kononova I., Klymovych O., Mohylevych V. Method for comprehensive assessment of the reliability of telecommunications equipment in communication networks. Military Technical Collection. 2020. No. 23. P. 50-57. <https://doi.org/10.33577/2312-4458.23.2020.50-57>
8. Ahmad W., Hasan O., Pervez U., Qadir J. Reliability Modeling and Analysis of Communication Networks. Journal of Network and Computer Applications. 2017. Vol. 78. P. 191-215. <https://doi.org/10.1016/j.jnca.2016.11.008>
9. Dieves V. Dependability in Future Battle Network System - Transport Layer Ability to Maintain Quality of Service. Wireless Sensor Network. 2016. Vol. 8, No. 10. P. 211-228. <https://doi.org/10.4236/wsn.2016.810017>
10. Wald A. Sequential Analysis. New York: John Wiley & Sons, 1947.
11. Van Trees H. L., Bell K. L. Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I: Detection, Estimation, and Linear Modulation Theory. 2nd ed. Hoboken, NJ: Wiley, 2001.
12. Kay S. M. Fundamentals of Statistical Signal Processing. Vol. 2: Detection Theory. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 1998.
13. Poor H. V. An Introduction to Signal Detection and Estimation. 2nd ed. New York: Springer, 1994.
14. DeGroot M. H. Optimal Statistical Decisions. New York: McGraw-Hill, 1970.
15. Feller W. An Introduction to Probability Theory and Its Applications. Vol. 1. 3rd ed. New York: John Wiley & Sons, 1968.