

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2026-85-15>

УДК 004.932:519.644

ДРУЖИНІН Володимир

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

<https://orcid.org/0009-0009-5049-0099>

e-mail: volodymir.druzhynin@knu.ua

ТЕРЕЩУК Ганна

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

<https://orcid.org/0000-0001-7573-9748>

e-mail: ganna.tereschuk@knu.ua

СИНГАЇВСЬКИЙ Владислав

Київський національний університет імені Тараса Шевченка

<https://orcid.org/0009-0002-6858-2695>

e-mail: vladsss19@gmail.com

АДАПТИВНА МОДЕЛЬ АПРОКСИМАЦІЇ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ СПЛАЙНІВ У ЗАДАЧАХ КОМП'ЮТЕРНОГО ЗОРУ

У роботі запропоновано адаптивну модель обробки зображень, що поєднує методи тригонометричної апроксимації, цифрової обробки сигналів та інструменти комп'ютерного зору. Модель базується на використанні тригонометричних сплайнів із параметризованим згладжуванням, що дозволяє підвищити точність реконструкції зображень, покращити виділення контурів та зменшити вплив шумів.

Особливу увагу приділено аналізу явища Гібса, яке проявляється у вигляді осциляцій поблизу різких змін сигналу при апроксимації контурів і профілів яскравості зображень. Запропонований підхід інтерпретується як універсальний механізм адаптивної реконструкції сигналів у просторі зображень та може бути використаний у задачах *edge detection*, *contour approximation* та *image reconstruction*.

Ключові слова: модель апроксимації даних, тригонометричні сплайни, комп'ютерний зір, обробка зображень, цифрова обробка сигналів, виділення контурів, інформаційні технології.

DRUZHYNIN Volodymyr, TERESHCHUK Hanna, SYNHAIVSKYI Vladyslav
Taras Shevchenko National University of Kyiv

ADAPTIVE IMAGE APPROXIMATION MODEL BASED ON RIGONOMETRIC SPLINES IN COMPUTER VISION TASKS

This paper proposes an adaptive image approximation model based on trigonometric splines for computer vision tasks. The model integrates methods of trigonometric approximation, digital signal processing, and computer vision, enabling accurate representation of image intensity profiles and object contours. Images are interpreted as discrete signals containing sharp intensity transitions corresponding to object boundaries.

Special attention is paid to the analysis of the Gibbs phenomenon, which manifests itself as oscillatory artifacts near discontinuities when spectral approximation methods are applied. Such artifacts distort contour geometry and reduce the accuracy of edge detection, segmentation, and image reconstruction algorithms. The proposed approach employs trigonometric splines with parameterized smoothing, allowing controlled adjustment of approximation smoothness and reduction of Gibbs-related oscillations.

A comparative analysis of trigonometric polynomial approximation and trigonometric spline approximation is performed. Numerical experiments demonstrate that spline-based approximation provides improved stability near discontinuities and significantly reduces reconstruction errors compared to classical Fourier-based methods. The influence of spline parameters and smoothing factors on approximation accuracy is investigated. In particular, the use of linear summation methods and Rogozinsky-type smoothing factors is shown to be effective in suppressing oscillatory artifacts.

The proposed model can be interpreted as an adaptive image reconstruction framework whose parameters are tuned according to the structural properties of image signals. The obtained results confirm the feasibility of using trigonometric splines as a mathematical basis for adaptive approximation models in computer vision tasks, including edge detection, contour approximation, and image reconstruction.

Keywords: data approximation models, trigonometric splines, computer vision, image processing, digital signal processing (DSP), edge detection, information technologies.

Стаття надійшла до редакції / Received 02.01.2026

Прийнята до друку / Accepted 06.02.2026

Опубліковано / Published 05.03.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© Дружинін Володимир, Терещук Ганна, Сингаївський Владислав

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Сучасні системи комп'ютерного зору (Computer Vision, CV) потребують ефективних математичних моделей для аналізу, апроксимації та реконструкції зображень. Більшість існуючих підходів ґрунтуються на згорткових нейронних мережах, вейвлет-перетвореннях та класичних методах цифрової обробки сигналів.

Проте актуальною залишається проблема побудови інтерпретованих математичних моделей, здатних забезпечити баланс між точністю апроксимації, стійкістю до шумів та обчислювальною ефективністю.

У задачах комп'ютерного зору зображення доцільно розглядати як двовимірний дискретний сигнал, що містить області з різкими змінами інтенсивності, які відповідають контурам об'єктів. При використанні традиційних спектральних методів апроксимації, зокрема рядів Фур'є, у таких точках виникають осциляції, відомі як явище Гібса. Ці артефакти негативно впливають на точність виділення контурів та якість подальшої обробки зображень.

У зв'язку з цим актуальним є розроблення моделей апроксимації, здатних зменшувати прояви явища Гібса при збереженні структурних особливостей зображень. Одним із перспективних напрямів є застосування тригонометричних сплайнів [1], які поєднують спектральні властивості з локальністю та керованою гладкістю апроксимації.

У даній роботі запропоновано модель апроксимації зображень, що базується на тригонометричних сплайнах із адаптивним згладжуванням. Такий підхід дозволяє підвищити якість реконструкції зображень, зменшити осциляційні артефакти, зумовлені явищем Гібса, та покращити результати виділення контурів.

АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

У сучасних дослідженнях у галузі комп'ютерного зору значна увага приділяється задачам виділення контурів, реконструкції зображень та зменшенню спектральних артефактів. Актуальним напрямом є також розроблення спеціалізованих програмних комплексів для цифрової обробки зображень, які інтегрують різні алгоритмічні підходи до аналізу, фільтрації та реконструкції сигналів [2]. Як показано в роботі [3], методи **edge detection** залишаються ключовими компонентами систем аналізу зображень; водночас їх ефективність суттєво залежить від якості попередньої обробки сигналу та способу його апроксимації.

Класичні спектральні методи, зокрема апроксимація на основі рядів Фур'є, активно застосовуються в цифровій обробці сигналів і зображень. Водночас у роботах [4–7] детально досліджено проблему виникнення осциляційних артефактів поблизу розривів сигналу – явища Гібса. Показано, що такі артефакти суттєво впливають на геометрію контурів, якість сегментації та точність реконструкції.

У роботі [4] запропоновано підхід до зменшення проявів ефекту Гібса при ресемплінгу зображень, а в дослідженні [5] проаналізовано вплив згладжування на метрики якості зображень. Аналогічні проблеми розглянуто у роботах [6–7], де підкреслюється необхідність пошуку балансованих моделей між збереженням різних переходів та зменшенням осциляцій.

Альтернативним напрямом є застосування сплайнових моделей. У роботах [8–10], показано ефективність використання сплайнів для інтерполяції, реконструкції та векторизації зображень. Сплайнові підходи дозволяють реалізувати локальне керування гладкістю апроксимації, що є важливим для збереження контурної структури розпізнавання образів та реконструкції зображень [11,12].

Окремо варто відзначити дослідження, присвячені тригонометричним B-сплайнам [13] та апроксимації сингулярних структур тригонометричними многочленами [14], що створює математичне підґрунтя для побудови моделей, орієнтованих на сигнали з розривами.

Таким чином, аналіз сучасних публікацій свідчить про актуальність розроблення адаптивних моделей апроксимації зображень, які поєднують спектральні властивості тригонометричних представлень із локальністю сплайнів та спрямовані на контроль проявів явища Гібса у задачах комп'ютерного зору.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою роботи є: розроблення та дослідження адаптивної моделі апроксимації сигналів зображень на основі тригонометричних сплайнів з урахуванням явища Гібса для підвищення якості виділення контурів та реконструкції зображень у задачах комп'ютерного зору.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Нехай задано дискретний сигнал яскравості $f(x)$ з періодом 2π на проміжку $[-\pi; \pi]$, який відповідає профілю інтенсивності зображення або фрагменту контуру об'єкта в задачах комп'ютерного зору. Такий сигнал є періодичним або квазіперіодичним та може містити точки різкої зміни значень, що відповідають межах об'єктів зображення.

Як відомо таку функцію можна подати рядом Фур'є

$$S_n(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} (a_j \cos jx + b_j \sin jx) \quad [1]$$

Якщо функція $f(x)$ є періодичною з періодом 2π та має неперервні похідні на всій числовій вісі до

k -го порядку включно, а похідна $k+1$ -го порядку є функцією обмеженої варіації, то коефіцієнти ряду

Фур'є мають порядок спадання $O\left(\frac{1}{n^{k+2}}\right)$. У контексті комп'ютерного зору такі умови відповідають гладким

ділянкам зображення, тоді як порушення гладкості пов'язані з наявністю контурів і меж об'єктів.

Якщо сигнал яскравості зображення задано на обмеженій області та є кусково-гладким, тобто має неперервні похідні до m -го порядку включно, то при його періодичному або спектральному поданні в загальному випадку виникають розриви першого роду типу стрибка як у самому сигналі, так і в його похідних. Зокрема, при парному продовженні сигналу виникають розриви похідних непарних порядків, а при непарному продовженні – розриви самого сигналу та його похідних парного порядку. У задачах комп'ютерного зору такі розриви відповідають межах об'єктів на зображенні та є основним джерелом осциляційних артефактів при спектральній апроксимації та реконструкції зображень.

В точках різкої зміни сигналу, що відповідають контурам об'єктів зображення, частинні суми рядів Фур'є демонструють осциляційну поведінку поблизу цих точок. Даний ефект, відомий як явище Гібса, призводить до появи артефактів, які спотворюють геометрію контурів та знижують точність алгоритмів edge detection і сегментації зображень.

Для рядів Фур'є явище Гібса добре вивчено. Відомі різні методи усунення негативних властивостей явища Гібса; найчастіше застосовують лінійні методи Λ – підсумовування. При використанні лінійних методів Λ – підсумовування, як відомо [4], сума ряду Фур'є визначається наступним чином

$$S(t, \lambda) = \frac{a_0}{2} + \sum_{j=1}^{\infty} \lambda_j (a_j \cos jt + b_j \sin jt),$$

де λ_j – деяка певна послідовність дійсних чисел.

На практиці доволі часто аналітичне подання функції $f(x)$ класу C^k має досить складний характер або взагалі невідоме. В таких випадках функцію замінюють її наближенням, яке будується, виходячи з тих чи інших міркувань. Найчастіше в ролі наближень використовують інтерполяцію функції.

Розглянемо періодичну функцію (рис. 1) з періодом 2π

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{якщо } x \in (0, \pi] \\ 0, & \text{якщо } x \in (\pi, 2\pi] \end{cases}$$

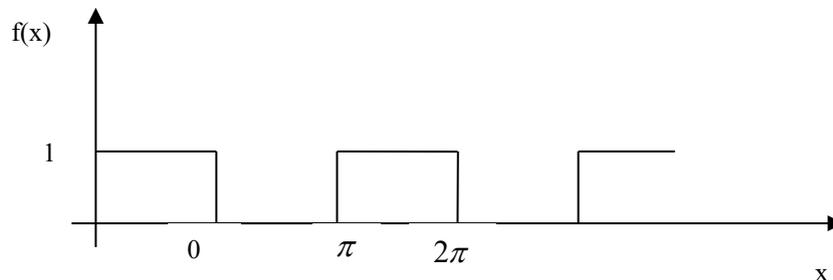


Рис. 1. Профіль яскравості зображення, що моделює контур об'єкта $f(x)$

Значення цієї функції на рівномірній сітці $\Delta_N = \{x_j\}_{j=1}^N$, $x_j = \frac{2\pi}{N}(j-1)$ мають вигляд

$$f(x_j) = f_j = \begin{cases} 1, & \text{якщо } j \leq \frac{N-1}{2}, \\ 0, & \text{якщо } j \geq \frac{N-1}{2}. \end{cases}$$

Для цієї функції можна записати інтерполяційний тригонометричний многочлен виду

$$I(t, \lambda) = \frac{1}{N} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \cos jt \cdot \cos jx_k + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \sin jt \cdot \sin jx_k \right).$$

Інтерполяцію можна також здійснити тригонометричним сплайном [3]

$$S(k, t) = \frac{1}{N} \left(1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} c(j, t) \cdot \cos(j, x_k) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} s(j, t) \cdot \sin(j, x_k) \right),$$

де

$$c(j, t) = \frac{\frac{\cos(kt)}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}},$$

$$s(j, t) = \frac{\frac{\sin(kt)}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}},$$

а r – параметр, що визначає кількість неперервних похідних сплайну $S(k, t)$.

Так, зокрема, при $r = 1$ маємо неперервну функцію, при $r = 2$ – функція неперервна разом з першою похідною, при $r = 3$ неперервність зберігається до другої похідної включно і т.д.

Розглянемо явище Гібса при інтерполяції функції тригонометричним многочленом та тригонометричним сплайном на прикладі функції $f(x_j)$, рівняння якої задано вище. Для побудови візьмемо $r = 3$ та $N = 9$. Результати інтерполяції наведено на рис.2.

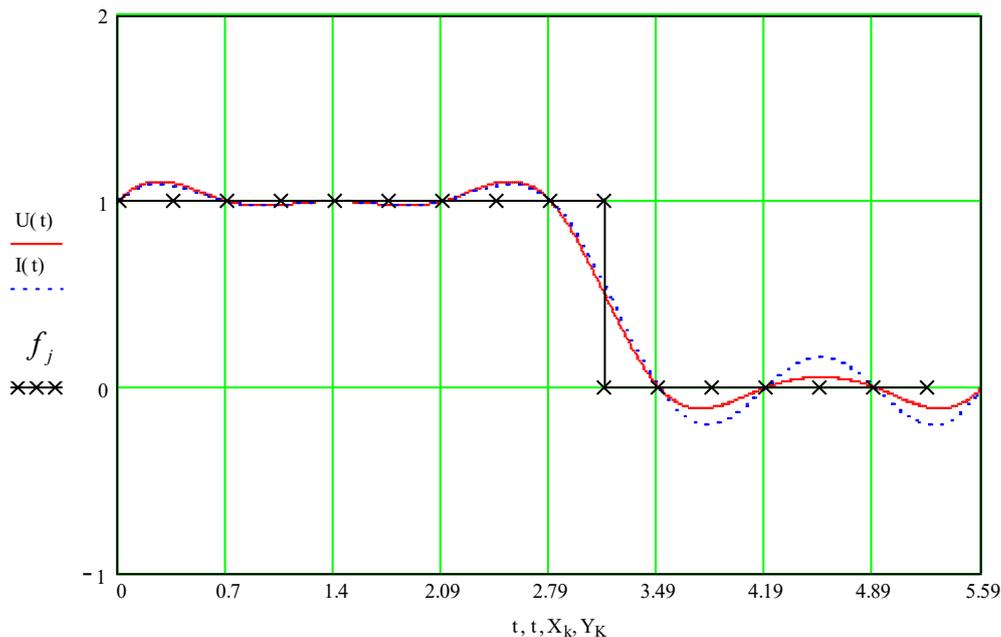


Рис 2. Два методи Λ – підсумовування для тригонометричних сплайнів

f – графік функції, яку розглядаємо;

$U(t)$ – сигнал зображення, отриманий за допомогою апроксимації тригонометричними сплайнами;

$I(t)$ – реконструкція, отримана за допомогою апроксимації тригонометричним многочленом.

В даному випадку спостерігається явище Гібса. Наведемо таблицю найбільшого відхилення значень функції $U(t)$ від відповідних значень функції f для різних параметрів r та N . Випадок $r = \infty$ співпадає з значеннями відхилення функції $I(t)$ від значень функції f .

Таблиця 1

Найбільшого відхилення значень функції $U(t)$ від відповідних значень функції f

N \ r	3	5	7	9	15	21
1	0.008	0.008	0.004	0.004	0.004	0.004
2	0.167	0.148	0.076	0.076	0.074	0.074
3	0.25	0.205	0.11	0.108	0.101	0.1
4	0.292	0.235	0.133	0.128	0.112	0.113
∞	0.333	0.294	0.213	0.203	0.171	0.162

Як видно з таблиці 1 при використанні сплайну з параметром $r > 1$ спостерігається явище Гібса, причому, чим більше значення r при фіксованій кількості точок N , тим більше буде абсолютне значення відхилення. Якщо ж зафіксувати значення параметра r і збільшувати кількість точок N , то відхилення спадає.

Розглянемо тепер вплив різних типів Λ – множників на явище Гібса. Побудуємо тригонометричний многочлен та тригонометричний сплайн з застосуванням лінійних методів Λ – підсумовування.

Згладжуючий тригонометричний многочлен має вигляд

$$I(t, \lambda) = \frac{1}{N} \cdot \left(1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \lambda_j \cdot \cos jt \cdot \cos jx_k + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \lambda_j \cdot \sin jt \cdot \sin jx_k \right).$$

Для тригонометричних сплайнів можна запропонувати два способи Λ – підсумовування. В першому випадку тригонометричний сплайн буде мати такий вигляд

$$S(k, t) = \frac{1}{N} \left(1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} c(\lambda, j, t) \cdot \cos(j, x_k) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} s(\lambda, j, t) \cdot \sin(j, x_k) \right) \quad [1]$$

де

$$c(\lambda, j, t) = \frac{\lambda_k \cdot \cos(kt) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{mN+k} \cos((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{mN-k} \cos((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}}, \quad [2]$$

$$s(\lambda, j, t) = \frac{\lambda_k \cdot \sin(kt) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{mN+k} \sin((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_{mN-k} \sin((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}}. \quad [3]$$

В другому ж випадку Λ – множники вводяться наступним чином

$$S(k, t) = \frac{1}{N} \left(1 + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \lambda_j c(j, t) \cdot \cos(j, x_k) + 2 \cdot \sum_{j=1}^{\frac{N-1}{2}} \lambda_j s(j, t) \cdot \sin(j, x_k) \right), \quad [4]$$

де

$$c(j, t) = \frac{\cos(kt) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\cos((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}}, \quad [5]$$

$$s(j, t) = \frac{\sin(kt) + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin((mN+k) \cdot t)}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin((mN-k) \cdot t)}{(mN-k)^{r+1}}}{\frac{1}{k^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN+k)^{r+1}} + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{(mN-k)^{r+1}}}. \quad [6]$$

Результати чисельних експериментів показали, що згладжування (1)–(3) малоефективне, оскільки доданки з великими індексами і так сильно послаблені за рахунок великих значень знаменника. Тому надалі обмежимося розглядом згладжування (4)–(6).

Розглянемо вплив різних Λ – множників для згладжування (4)–(6), таких як

$$\lambda_1 = \cos \frac{\pi k}{n+1} - \Lambda \text{ – множник Рогозинського;}$$

$$\lambda_2 = \frac{1}{2} \left(1 + \cos \frac{\pi k}{n+1} \right) - \Lambda \text{ – множник Хеммінга-Тьюкі;}$$

$$\lambda_3 = \left(1 - \frac{k}{n+1} \right) \cos \frac{\pi k}{n+1} + \frac{1}{\pi} \sin \frac{\pi k}{n+1} - \Lambda \text{ – множник Бохмана;}$$

$$\lambda_4 = \frac{\sin \frac{\pi k}{n+1}}{\frac{\pi k}{n+1}} - \Lambda \text{ – множник Рімана (Ланцоша);}$$

$$\lambda_5 = e^{-\frac{k^2}{2n^2}} - \Lambda \text{ – множник Гауса-Вейерштрасса.}$$

Чисельні експерименти показали, що найкращі результати для даної задачі, отримано при використанні Λ – множника Рогозинського.

Порівняємо методи згладжування тригонометричного сплайна та тригонометричного многочлена. В ролі Λ – множника використаємо Λ – множник Рогозинського.

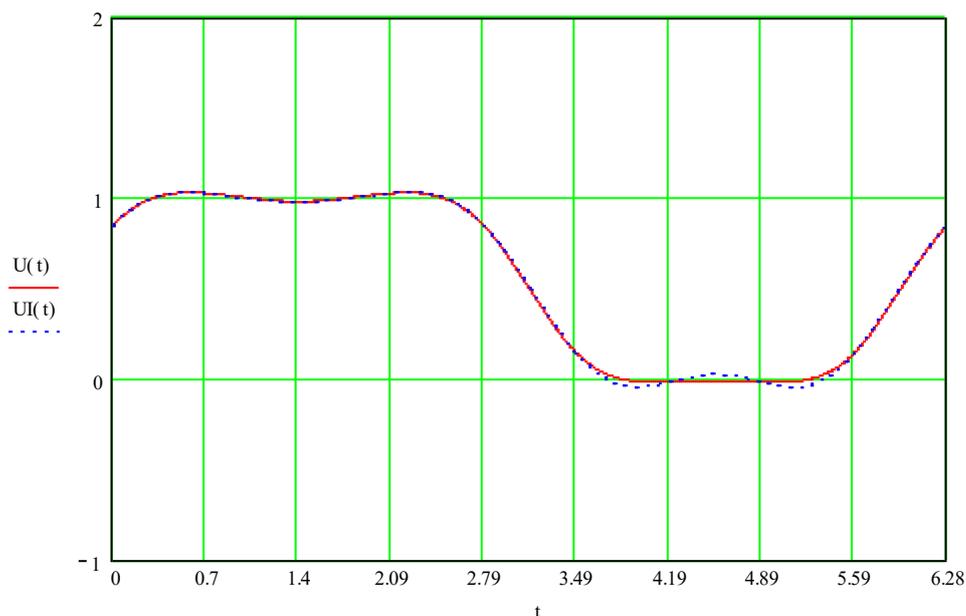


Рис. 3. Порівняння методів Λ – підсумовування для тригонометричних сплайнів та інтерполяційного тригонометричного многочлена

$U(t)$ – сигнал зображення, отриманий за допомогою апроксимації тригонометричними сплайнами з згладжуванням (4)–(6);

$UI(t)$ – сигнал зображення, отриманий за допомогою інтерполяційного тригонометричного многочлена з згладжуванням.

Наведемо таблицю найбільшого відхилення значень функції $UI(t)$ з згладжуванням (випадок $r = \infty$) та $U(t)$ з згладжуванням (4)–(6) від відповідних значень функції f для різних параметрів r та N .

Варіювання параметрів r та кількості вузлів N дозволяє розглядати запропонований підхід як адаптивну модель апроксимації, параметри якої налаштовуються залежно від структурних особливостей сигналу зображення.

Таблиця 2

Найбільше відхилення значень функцій $U(t)$ з згладжуванням (4)–(6) від відповідних значень функції f

$N \backslash r$	3	5	7	9	15	21
1	0,092	0,1	0,059	0,057	0,064	0,067
2	0,021	0,15	0,027	0,015	0,016	0,019
3	0,079	0,037	0,018	0,014	0,01	0,011
4	0,109	0,054	0,019	0,019	0,008	0,006
∞	0,138	0,084	0,045	0,035	0,019	0,013

Як показують чисельні експерименти

- використання Λ – підсумовування призводить до зменшення відхилення;
- при $r = 1$ не потрібно вводити Λ – множники;
- при малих фіксованих параметрах r з ростом кількості точок N похибка спочатку спадає, а потім залишається сталою; причина цього явища потребує подальшого дослідження.

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

У разі використання тригонометричного сплайну з параметром $r = 1$ коливання на кінцях відрізка відсутні. При використанні методу лінійного Λ – підсумовування для тригонометричних сплайнів доцільним є використання формул (4)–(6). Для функції з точкою розриву першого роду типу стрибка, яку розглянули в даній роботі, найкращі результати було отримано при використанні Λ –множник Рогозинського.

Отримані результати підтверджують доцільність використання тригонометричних сплайнів як основи адаптивної моделі апроксимації зображень. Запропонований підхід дозволяє зменшити вплив явища Гібса та забезпечити стабільну реконструкцію контурів у задачах комп’ютерного зору.

Запропонована модель може бути використана як складова алгоритмів комп’ютерного зору для попередньої обробки зображень, виділення контурів та зменшення спектральних артефактів.

Література

1. Denysiuk V. P. About some properties of simple trigonometric splines / V. P. Denysiuk // arXiv.org. – 2021. – arXiv:2101.11962. – Режим доступу: <https://arxiv.org/abs/2101.11962>
2. Pleskach V., Kryvolapov Ya., Kryvolapov H., Šileikienė I., Pyroh M. Methods and Means of Creating a Software Package for Digital Image Processing // Applied Information Systems and Technologies in the Digital Society (AISTDS-2025) : proceedings of the conference, Kyiv, Ukraine, October 1, 2025. – Aachen : CEUR-WS.org, 2025. – (CEUR Workshop Proceedings, Vol. 4133). – С. 76–87. – URL: https://ceur-ws.org/Vol-4133/S_07_Pleskach.pdf
3. Jing J. Recent advances on image edge detection: A comprehensive review / J. Jing, Z. Wang, M. Raheem, X. Wang // Neurocomputing. – 2022. – Vol. 503. – P. 259–276. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2022.06.083>
4. Poggiali D. Reducing the Gibbs effect in multimodal medical imaging by means of oversampling strategies / D. Poggiali, L. Magri, A. Biondi // Results in Engineering. – 2022. – Vol. 13. – 100332. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100332>
5. Wang Y. Image quality assessment for Gibbs ringing reduction / Y. Wang, L. Chen, H. Li // Algorithms. – 2023. – Vol. 16, № 2. – 96. <https://doi.org/10.3390/a16020096>
6. Mazur-Rosmus W. The effect of elimination of Gibbs ringing artifacts on image quality / W. Mazur-Rosmus, M. Skalski, P. Błasiak // Scientific Reports. – 2024. – Vol. 14. – 66076. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66076-z>
7. Zeng G. L. Gibbs artifacts removal with nonlinearity / G. L. Zeng // Medical Physics. – 2023. – Vol. 50, № 4. – P. 2175–2184. <https://doi.org/10.1002/mp.16203>
8. Zhu H. TCB-spline-based image vectorization / H. Zhu, Z. Zhong, J. Wu // ACM Transactions on Graphics. – 2022. – Vol. 41, № 4. – Article 109. <https://doi.org/10.1145/3513132>
9. Zachariadis O. Accelerating B-spline interpolation on GPUs for medical image processing / O. Zachariadis, A. Kalogeropoulos, P. Tsakalides // Computer Methods and Programs in Biomedicine. – 2020. – Vol. 194. – 105531. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2019.105531>
10. Hegde D. Adaptive cubic spline interpolation in CIELAB color space for image enhancement / D. Hegde, P. Shenoy // Procedia Computer Science. – 2020. – Vol. 171. – P. 1269–1278. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.04.136>
11. Сітко Д. О. Сплайн-функції в задачах інтерполяції та апроксимації даних / Д. О. Сітко // Наукові записки ДУІКТ. – 2024. – № 2 (6). – С. 170–177. – ISSN 2786-8362. – Режим доступу: <https://journals.duikt.edu.ua/index.php/sciencenotes/article/view/3102>
12. Гангало І. М. Розпізнавання об’єктів засобами технологій комп’ютерного зору / І. М. Гангало // Телекомунікації та інформаційні технології. – 2022. – № 4 (2022). – С. 46–52. – ISSN 2412-

4338. – Режим доступу: <https://tit.dut.edu.ua/index.php/telecommunication/article/view/2443>
13. Albrecht G. A new class of trigonometric B-spline curves / G. Albrecht, M. Behr // Symmetry. – 2023. – Vol. 15, № 8. – 1551. <https://doi.org/10.3390/sym15081551>
14. Català P. Approximation and interpolation of singular measures by trigonometric polynomials / P. Català, J. Ortega-Cerdà // Constructive Approximation. – 2024. <https://doi.org/10.1007/s00365-024-09686-0>

References

1. Denysiuk V. P. About some properties of simple trigonometric splines / V. P. Denysiuk // arXiv.org. – 2021. – arXiv:2101.11962. – Access mode: <https://arxiv.org/abs/2101.11962>
2. Pleskach V., Kryvolapov Ya., Kryvolapov H., Šileikienė I., Pyroh M. Methods and Means of Creating a Software Package for Digital Image Processing // Applied Information Systems and Technologies in the Digital Society (AISTDS-2025): proceedings of the conference, Kyiv, Ukraine, October 1, 2025. – Aachen: CEUR-WS.org, 2025. – (CEUR Workshop Proceedings, Vol. 4133). – P. 76–87. – Access mode: https://ceur-ws.org/Vol-4133/S_07_Pleskach.pdf
3. Jing J. Recent advances on image edge detection: A comprehensive review / J. Jing, Z. Wang, M. Raheem, X. Wang // Neurocomputing. – 2022. – Vol. 503. – P. 259–276. <https://doi.org/10.1016/j.neucom.2022.06.083>
4. Poggiali D. Reducing the Gibbs effect in multimodal medical imaging by means of oversampling strategies / D. Poggiali, L. Magri, A. Biondi // Results in Engineering. – 2022. – Vol. 13. – 100332. <https://doi.org/10.1016/j.rineng.2022.100332>
5. Wang Y. Image quality assessment for Gibbs ringing reduction / Y. Wang, L. Chen, H. Li // Algorithms. – 2023. – Vol. 16, № 2. – 96. <https://doi.org/10.3390/a16020096>
6. Mazur-Rosmus W. The effect of elimination of Gibbs ringing artifacts on image quality / W. Mazur-Rosmus, M. Skalski, P. Błasiak // Scientific Reports. – 2024. – Vol. 14. – 66076. <https://doi.org/10.1038/s41598-024-66076-z>
7. Zeng G. L. Gibbs artifacts removal with nonlinearity / G. L. Zeng // Medical Physics. – 2023. – Vol. 50, № 4. – P. 2175–2184. <https://doi.org/10.1002/mp.16203>
8. Zhu H. TCB-spline-based image vectorization / H. Zhu, Z. Zhong, J. Wu // ACM Transactions on Graphics. – 2022. – Vol. 41, № 4. – Article 109. <https://doi.org/10.1145/3513132>
9. Zachariadis O. Accelerating B-spline interpolation on GPUs for medical image processing / O. Zachariadis, A. Kalogeropoulos, P. Tsakalides // Computer Methods and Programs in Biomedicine. – 2020. – Vol. 194. – 105531. <https://doi.org/10.1016/j.cmpb.2019.105531>
10. Hegde D. Adaptive cubic spline interpolation in CIELAB color space for image enhancement / D. Hegde, P. Shenoy // Procedia Computer Science. – 2020. – Vol. 171. – P. 1269–1278. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2020.04.136>
11. Sitko D. O. Splain-funktsii v zadachakh interpoliatsii ta aproksymatsii danykh / D. O. Sitko // Naukovi zapysky DUIKT. – 2024. – № 2 (6). – P. 170–177. – ISSN 2786-8362. – Access mode: <https://journals.duikt.edu.ua/index.php/sciencenotes/article/view/3102>
12. Hanhalo I. M. Rozpiznavannia ob'ektiv zasobamy tekhnolohii kompiuternoho zoru / I. M. Hanhalo // Telekomunikatsii ta informatsini tekhnolohii. – 2022. – № 4 (2022). – P. 46–52. – ISSN 2412-4338. – Access mode: <https://tit.dut.edu.ua/index.php/telecommunication/article/view/2443>
13. Albrecht G. A new class of trigonometric B-spline curves / G. Albrecht, M. Behr // Symmetry. – 2023. – Vol. 15, № 8. – 1551. <https://doi.org/10.3390/sym15081551>
14. Català P. Approximation and interpolation of singular measures by trigonometric polynomials / P. Català, J. Ortega-Cerdà // Constructive Approximation. – 2024. <https://doi.org/10.1007/s00365-024-09686-0>