

МІХЕЄНКО Леонід

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0001-7905-9133>

MLAOOEP@gmail.com

ШИШКІН Віктор

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0001-8687-5243>

delacroix1212@gmail.com

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ДЖЕРЕЛА ВИПРОМІНЮВАННЯ НА БАЗІ ІНТЕГРУЮЧОЇ СФЕРИ З КОСИНУСНИМИ ВИПРОМІНЮВАЧАМИ

У статті розроблено математичну модель дифузного випромінювача на базі інтегруючої сфери із застосуванням світлодіодних джерел випромінювання, індикатриса яких апроксимується косинусною функцією. Запропонований підхід спрямований на підвищення точності аналізу процесів формування просторового розподілу яскравості та спектральних характеристик випромінювання, що є важливим для калібрування сучасних оптико-електронних систем, цифрових відеокамер, фотометричних і радіометричних вимірювальних комплексів. На основі методу послідовних відбиттів отримано аналітичні співвідношення, які враховують форму індикатриса світлодіодних джерел, геометричні параметри інтегруючої сфери, коефіцієнт дифузного відбиття внутрішнього покриття, розміри вихідної апертури та внесок окремих порядків відбиття у формування сумарної освітленості. Проведено аналіз впливу ступеня спрямованості випромінювання світлодіодів, коефіцієнта відбиття покриття та конструктивних параметрів інтегруючої сфери на вихідну яскравість і просторову однорідність сформованого світлового поля. Встановлено, що зруження індикатриса випромінювання забезпечує підвищення яскравості вихідної апертури, однак водночас зростають вимоги до точності розміщення джерел випромінювання та характеристик дифузного покриття. Сформульовано практичні рекомендації щодо вибору типу світлодіодів, матеріалу внутрішнього покриття, кількості джерел випромінювання та способу регулювання їхнього режиму роботи під час проектування високостабільних дифузних випромінювачів. Для перевірки адекватності запропонованої моделі розроблено експериментальний прототип дифузного випромінювача на базі інтегруючої сфери зі світлодіодами CREE XML-L2. Результати експериментальних досліджень підтвердили узгодженість із теоретичними розрахунками та засвідчили можливість формування просторово однорідного й стабільного поля яскравості за компактних габаритів конструкції. Отримані результати можуть бути використані під час проектування калібрувальних джерел випромінювання для прецизійної фотометрії, радіометрії та метрологічного забезпечення сучасних оптико-електронних систем.

Ключові слова: інтегруюча сфера, дифузний випромінювач, косинусна індикатриса, світловипромінюючі діоди.

MIKHEENKO Leonid, SHYSHKIN Viktor

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

MATHEMATICAL MODEL OF AN INTEGRATING SPHERE BASED DIFFUSE LIGHT SOURCES WITH COSINE EMITTERS

This paper presents a mathematical model of a diffuse radiation source based on an integrating sphere employing light-emitting diode (LED) sources with a cosine-approximated radiation pattern. The proposed approach is aimed at improving the accuracy of analyzing the formation of spatial luminance distribution and spectral characteristics of radiation, which is essential for the calibration of modern optoelectronic systems, digital cameras, photometric, and radiometric measurement equipment. Based on the multiple-reflection method, analytical expressions are derived that account for the LED radiation pattern, the geometric parameters of the integrating sphere, the diffuse reflectance of the inner coating, the output aperture size, and the contribution of successive reflection orders to the total illuminance. The influence of the LED radiation directivity, the reflectance coefficient of the coating, and the structural parameters of the integrating sphere on the output luminance and spatial uniformity of the generated light field is investigated. The results demonstrate that narrowing the radiation pattern increases the luminance of the output aperture while simultaneously imposing stricter requirements on the positioning accuracy of the radiation sources and the optical properties of the diffuse coating. Practical recommendations are proposed regarding the selection of LEDs, the inner coating material, the number of radiation sources, and the regulation of their operating conditions for the design of high-stability diffuse radiation sources. To validate the proposed model, an experimental prototype of an integrating-sphere-based diffuse radiation source equipped with CREE XML-L2 LEDs was developed. The experimental results show good agreement with the theoretical predictions and confirm the capability of the proposed design to generate a stable and spatially uniform luminance field within a compact structure. The developed mathematical model and engineering recommendations can be applied to the design of calibration radiation sources for precision photometry, radiometry, and the metrological support of advanced optoelectronic systems.

Keywords: integrating sphere, diffuse light source, cosine radiation pattern, light-emitting diodes.

Стаття надійшла до редакції / Received 20.04.2026

Прийнята до друку / Accepted 01.06.2026

Опубліковано / Published 10.09.2026



This is an Open Access article distributed under the terms of the [Creative Commons CC-BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/)

© МІХЕЄНКО Леонід, ШИШКІН Віктор

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

CMOS- та CCD-камери як базові елементи сучасних цифрових оптико-електронних систем реєстрації зображень застосовуються в широкому спектрі наукових і вимірювальних задач — від систем космічного базування та астрономічних інструментів до приладів оптичної мікроскопії, систем комп'ютерного зору й фотометричних вимірювальних комплексів. Високі вимоги до точності фотометричного та радіометричного калібрування таких систем обумовлюють необхідність використання джерел випромінювання з високою просторовою однорідністю, стабільною яскравістю та відтворюваними спектральними характеристиками. Найбільш поширеним класом таких джерел є дифузні випромінювачі (ДВ) на основі інтегруючих сфер (ІС) [1,2,3]. Проблематика створення ДВ для калібрування прецизійних цифрових відеосистем розглядалася у попередніх роботах, зокрема в дослідженні, присвяченому дифузному випромінювачу змінної яскравості на базі інтегруючої сфери [4]. У цій роботі було запропоновано та експериментально досліджено конструкцію ДВ, що забезпечує формування однорідного поля яскравості у вихідній апертурі при значному динамічному діапазоні регулювання випромінювання. Класичні аналітичні моделі ІС базуються на припущенні ідеального Ламбертівського розсіювання та просторового усереднення освітленості внутрішньої поверхні. У випадку використання світловипромінюючих діодів (СВД) як первинних джерел випромінювання ці припущення порушуються через обмежену просторову індикатрису СВД, наявність вторинної оптики, а також значний вплив конструктивних елементів, розміщених в середині сфери. Існуючі аналітичні підходи дозволяють отримати оцінки середньої яскравості вихідної апертури, проте не забезпечують опису просторового розподілу яскравості та не враховують спектрально-просторові ефекти, що є критичними для задач прецизійної калібровки та метрологічної атестації джерел випромінювання. У зв'язку з цим актуальною є задача розвитку узагальненої моделі ДВ на основі ІС з СВД, яка поєднує аналітичний опис первинного випромінювання з чисельним моделюванням багаторазових дифузних відбивань, враховує реальні індикатриси світловипромінюючих діодів, спектральні властивості внутрішнього покриття та геометричні особливості конструкції.

ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

Метою є розробка математичної моделі для визначення впливу джерел випромінювання апроксимованих косинусною індикатрисою, покриття та геометрії ІС на просторову і спектральну однорідність вихідного випромінювання, а також формування основ для метрологічної оцінки характеристик ДВ з використанням косинусних джерел та експериментальної верифікації.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Формування поля яскравості джерелами випромінювання з косинусною індикатрисою

В даній статті під косинусним джерелом, ми називатимемо джерело випромінювання інтенсивність випромінювання в просторі якого описується апроксимацією

$$I(\theta) = I_0 \cos^m(\theta) \quad (1)$$

де I_0 — осьова сила світла, θ — кут відносно оптичної осі джерела, а параметр m визначає ступінь спрямованості випромінювання.

Світлодіоди, особливо у виконанні без вторинної формувальної оптики, можуть розглядатися як джерела випромінювання які відповідають цій моделі. У реальних СВД, випромінювання лише наближено відповідає Ламбертівському закону, оскільки на формування індикатриси впливають геометрія напівпровідникового кристалу, фосфорний шар, захисний купол та вторинна оптика. Для врахування цих факторів у практичних інженерних моделях часто застосовується узагальнена косинусна апроксимація (1).

Використовуючи метод послідовних відбиттів [6, 7] в контексті СВД, розглянемо монохроматичний світловий потік Φ_0 (Рис. 1), що надходить від джерела у сферу. Оскільки в практичних конструкціях джерела випромінювання зазвичай розміщують таким чином, щоб під час первинного освітлення внутрішньої поверхні ІС уникнути прямого потрапляння випромінювання у вихідну апертуру, оптична вісь джерела повинна проходити через точку, розташовану поблизу геометричного центра сфери. У подальшому будемо вважати, що оптична вісь СВД проходить точно через центр сфери — точку O — уздовж лінії MN . За таких умов у точці N на внутрішній поверхні сфери формується нульова освітленість E_0 .

Для виведення виразу, що описує залежність освітленості від перерахованих параметрів $E_0 = f(\theta, m, l)$, де $l = MN$ розглянемо елементарний тілесний кут $d\Omega$ вершина якого розташована в центрі випромінювальної поверхні світлодіода (точка M), а основа спирається на елементарний сферичний пояс dP_c на внутрішній поверхні ІС (Рис. 1). У цьому випадку тілесний кут, обмежений кутом θ , визначається співвідношенням

$$\Omega = 2\pi(1 - \cos(\theta)) \quad (2)$$

а його диференціал має вигляд

$$d\Omega = 2\pi \sin(\theta) d\theta \quad (3)$$

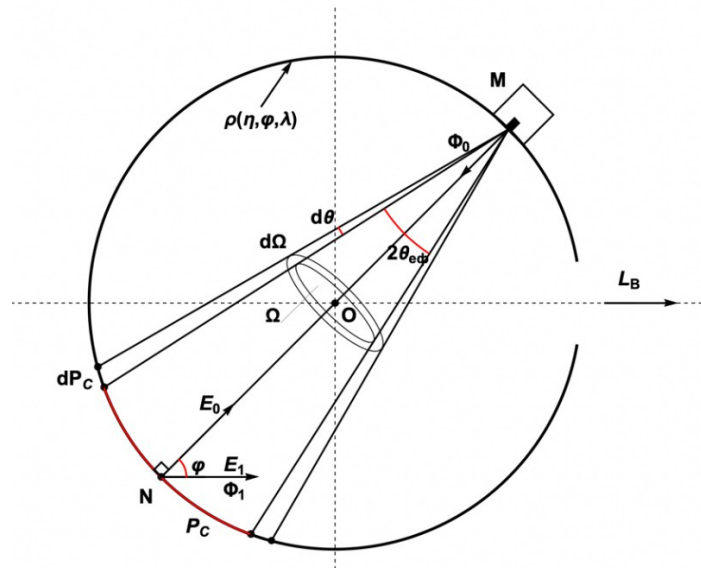


Рис.1 Формування первинної освітленості на поверхні сфери

Елементарний світловий потік $d\Phi_0$, що надходить на пояс dP_c у межах елементарного тілесного кута $d\Omega$, визначається як

$$d\Phi_0 = I_0(\theta)d\Omega = 2\pi I_0 \sin(\theta) \cos^m(\theta)d\theta \quad (4)$$

Повний первинний світловий потік Φ_0 , який випромінюється СВД та потрапляє на внутрішню поверхню ІС в межах кута 2θ , визначається інтегруванням цього виразу за відповідним кутовим інтервалом.

$$\Phi_0 = \int d\Phi_0 = 2\pi I_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta \quad (5)$$

З метою виділення впливу виключно форми індикатриси випромінювання на величину потоку Φ_0 виконаємо нормування осьової сили світла I_0 за повним світловим потоком, що випромінюється у півсферу. Для цього введемо коефіцієнт нормування K_m , який визначається як відношення інтегралів:

$$K_m = \frac{2\pi I_{0m} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta}{2\pi I_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta} = \frac{m+1}{2} \quad (6)$$

Тут I_0 відповідає осовій силі світла ідеального Ламбертівського джерела, тоді як I_{0m} — осьова сила світла СВД з індикатрисою, що описується залежністю (1).

З урахуванням введеного коефіцієнта K_m первинний світловий потік, який потрапляє на внутрішню поверхню ІС в межах кутового інтервалу 2θ , набуває вигляду

$$\Phi_0(\theta, m) = 2\pi K_m I_0 \int_0^\theta \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta \quad (7)$$

Освітленість $E_0(\theta, m)$ елементарного сферичного сегмента поверхні P_C визначається як відношення елементарного потоку до площі відповідного сегмента:

$$E_0(\theta, m) = \frac{d\Phi_0(\theta, m)}{dP_C(\theta)} = \frac{2\pi K_m I_0 \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta}{8\pi R^2 \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta} = K_m \frac{I_0}{4R^2} \cos^{m-1}(\theta) \quad (8)$$

Площа сферичного сегмента визначається співвідношеннями

$$P_c(\theta) = 2\pi R(2R - l \cos(\theta)) = 4\pi R^2 \sin^2(\theta) \quad (9)$$

$$dP_c(\theta) = 8\pi R^2 \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta \quad (10)$$

де R — радіус ІС.

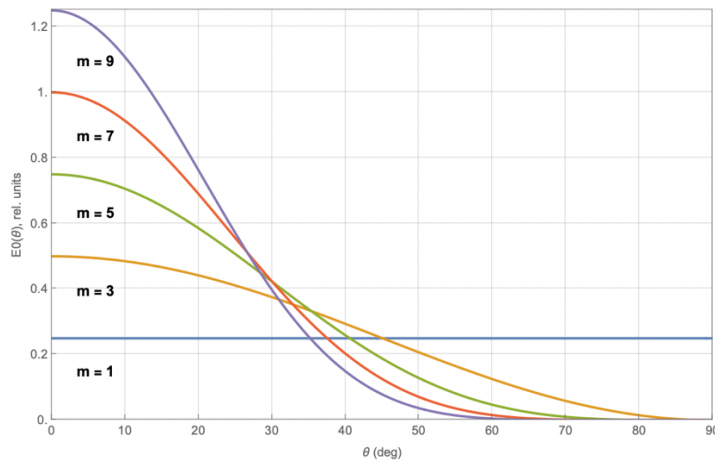


Рис.2 Кутові залежності нульової освітленості внутрішньої поверхні ІС

На Рис.2 показано кутові залежності нульової освітленості внутрішньої поверхні ІС $E_0(\theta)$ для джерела випромінювання з косинусною індикатрисою (1) при різних значеннях параметра m , що характеризує ступінь спрямованості випромінювання. Аналіз отриманих залежностей та графіків, наведених на Рис.2, показує, що зі збільшенням параметра m відбувається перерозподіл первинної освітленості в напрямку оптичної осі джерела. У випадку Ламбертівського випромінювання ($m = 0$) освітленість поверхні сфери є сталою. Однак для реальних СВД, випромінювання яких зосереджене в межах відносно вузького ефективного кута $2\theta_{\text{еф}}$, така концентрація відіграє суттєву роль у формуванні первинного потоку, що надходить в ІС. Ефективна освітленість сегмента поверхні P_C , обмеженого кутом $2\theta_{\text{еф}}$, визначається усередненням освітленості в межах цього сегмента та обчислюється за формулою

$$E_{0\text{еф}} = \frac{\int_0^{\theta_{\text{еф}}} d\Phi_0(\theta, m)}{\int_0^{\theta_{\text{еф}}} dP_C(\theta)} = \frac{K_m I_0}{2(m+1)R^2} \frac{\cos^{m+1}(\theta_{\text{еф}}) - 1}{\cos^2(\theta_{\text{еф}}) - 1} \quad (11)$$

Сегмент поверхні P_C , освітлений з інтенсивністю $E_{0\text{еф}}$, у подальшому сам виступає вторинним випромінювачем з яскравістю

$$M_1(\varphi, \eta) = \rho(\varphi, \eta) E_{0\text{еф}} \quad (12)$$

де $\rho(\varphi, \eta)$ — просторовий коефіцієнт відбивання внутрішнього покриття ІС.

Зазвичай функція $\rho(\varphi, \eta)$ має осесиметричний характер і задається через коефіцієнт яскравості $\beta(\varphi)$, під яким розуміють відношення сили світла реального випромінювача до сили світла Ламбертівського випромінювача у напрямку φ . Зауважимо, що одне з покриттів на основі політетрафторетилену [9] характеризується майже ідеальним дифузним розсіюванням із коефіцієнтом відбивання $\rho = 0.99$, що надалі буде використано в розрахунках.

Світловий потік, який випромінюється з ділянки P_C , з урахуванням того, що поширення відбитого випромінювання відбувається в межах тілесного кута 2π ср, та з огляду на наведені вище зауваження, визначається співвідношенням

$$\Phi_1 = \int_0^{\pi} \rho(\varphi) d\varphi \int_0^{\theta_{\text{еф}}} E_0(\theta) d\theta \int_0^{\theta_{\text{еф}}} P_C(\theta) d\theta = \rho E_{0\text{еф}} P_{C\text{еф}} \quad (13)$$

де $P_{C\text{еф}}$ визначається з (11)

$$P_{C\text{еф}} = \int_0^{\theta_{\text{еф}}} dP_C(\theta) = 8\pi R^2 \int_0^{\theta_{\text{еф}}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = 4\pi R^2 \sin^2(\theta_{\text{еф}}) \quad (14)$$

Тоді з урахуванням (11) світловий потік Φ_1 набуває вигляду

$$\Phi_1 = \rho E_{0\text{еф}} P_{C\text{еф}} = \rho \frac{2\pi K_m I_0 \int_0^{\theta_{\text{еф}}} \sin(\theta) \cos^m(\theta) d\theta}{8\pi R^2 \int_0^{\theta_{\text{еф}}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta} \times 8\pi R^2 \int_0^{\theta_{\text{еф}}} \sin(\theta) \cos(\theta) d\theta = \rho \pi I_0 (1 - \cos^{m+1}(\theta_{\text{еф}})) \quad (15)$$

У свою чергу, потік Φ_1 формує освітленість E_1 на всій внутрішній поверхні сфери:

$$E_1 = \frac{\Phi_1}{A_{\text{сф}}} = \rho E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \quad (16)$$

а освітленість E_1 зумовлює вторинне випромінювання поверхні сфери, не зайнятої отворами, тобто $A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}$

$$\Phi_2 = \rho E_1 (A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}) = E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^2 (A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}) \quad (17)$$

Відповідна вторинна освітленість E_2 визначається виразом

$$E_2 = \frac{\Phi_2}{A_{\text{сф}}} = E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^2 \quad (18)$$

Наступні відбиття формують освітленість E_n , яка може бути записана у вигляді

$$E_n = E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^n \left(\frac{A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}}{A_{\text{сф}}} \right)^{n-1} = E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^n A_0^{n-1} \quad (19)$$

де

n — кількість відбиттів у сфері; $A_0 = \frac{A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}}{A_{\text{сф}}}$ — відносна ефективна розсіююча площа поверхні сфери.

Сумарна освітленість поверхні сфери дорівнює

$$E_{\Sigma} = E_{0\text{еф}} + E_1 + \sum_{n=2}^{\infty} E_n = E_{0\text{еф}} + \sum_{n=1}^{\infty} E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^n A_0^{n-1} = E_{0\text{еф}} + \frac{E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho}{1 - \rho A_0} = E_{0\text{еф}} \left(1 + \frac{P_{\text{сэф}} \rho}{A_{\text{сф}} (1 - \rho A_0)} \right) \quad (20)$$

Або з урахуванням

$$E_{\Sigma} = \frac{I_0}{4R^2} \frac{\cos^{m+1}(\theta_{\text{еф}}) - 1}{\cos^2(\theta_{\text{еф}}) - 1} \left(1 + \frac{\rho \sin^2(\theta_{\text{еф}})}{1 - \rho A_0} \right) \quad (21)$$

Оскільки світлодіодне джерело є випромінювачем з індикатрисою $I(\theta) = I_0 \cos^m(\theta)$, а $\rho(\varphi, \eta) = \rho$, то вираз набуває вигляду

$$E_{\Sigma} = \frac{E_0}{1 - \rho \left(\frac{A_{\text{сф}} - A_{\text{отв}}}{A_{\text{сф}}} \right)} = \frac{E_0}{1 - \rho A_0} \quad (22)$$

За умови малої вихідної апертури внутрішню порожнину ІС можна розглядати як модель абсолютно чорного тіла з відповідною яскравістю.

$$L_{\text{вих}} = \frac{E_{\Sigma}}{\pi} \quad (23)$$

Розглянемо детальніше отримані аналітичні залежності. Залежності вихідної яскравості ДВ від форми індикатрисы наведено на Рис.3. Значення параметра $2\theta_{\text{еф}}$ визначалися для рівнів 0,5 та 0,9, діаметр сфери становив 2 м, а відносний отвір дорівнював 1/5. Як видно з результатів, звуження індикатрисы призводить до зростання яскравості, починаючи зі значень $m = 3 - 5$, що є характерним для більшості СВД [9].

З практичної точки зору важливо оцінити внесок кожного порядку відбиття в освітленість вихідної апертури. Відповідні співвідношення мають вигляд

$$\frac{E_0}{E_{\Sigma}} = \frac{E_{0\text{еф}}}{E_{0\text{еф}} + \frac{E_{0\text{еф}} P_{\text{сэф}} \rho}{A_{\text{сф}} (1 - \rho A_0)}} = \frac{1}{1 + \frac{P_{\text{сэф}} \rho}{A_{\text{сф}} (1 - \rho A_0)}} = \frac{A_{\text{сф}} (1 - \rho A_0)}{A_{\text{сф}} - A_{\text{сф}} \rho A_0 + P_{\text{сэф}} \rho} \quad (24)$$

а для n -го відбиття

$$\frac{E_n}{E_{\Sigma}} = \frac{E_{0\text{еф}} \frac{P_{\text{сэф}}}{A_{\text{сф}}} \rho^n A_0^{n-1}}{E_{0\text{еф}} + \frac{E_{0\text{еф}} P_{\text{сэф}} \rho}{A_{\text{сф}} (1 - \rho A_0)}} = \frac{A_0^{n-1} (1 - \rho A_0) P_{\text{сэф}} \rho^n}{A_{\text{сф}} - A_{\text{сф}} \rho A_0 + P_{\text{сэф}} \rho} \quad (25)$$

Розраховані за цими виразами числові значення наведено в таблиці для різних значень параметра m та рівнів 0,5 і 0,9.

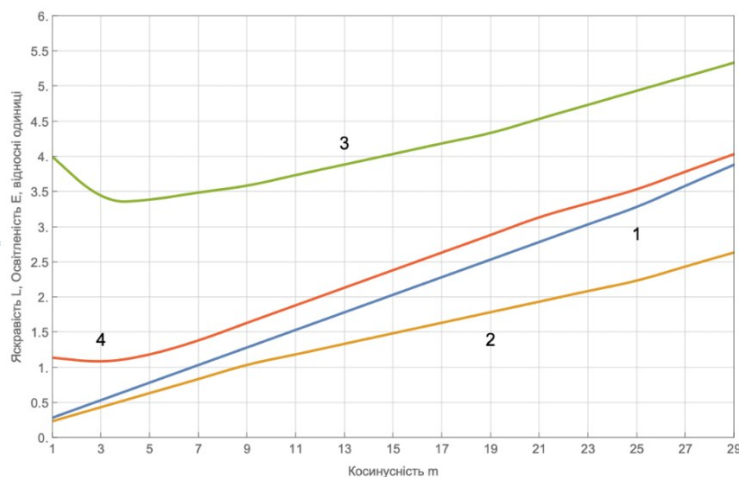


Рис.3 Залежності нульової освітленості поверхні сфери (1 — рівень 0,9; 2 — рівень 0,5) та відносної яскравості вихідної апертури ДВ (3 — рівень 0,5; 4 — рівень 0,9) від вигляду індикатриси СВД.

Таблиця 1.

Відносний внесок порядку відбивання в сумарну освітленість

m	$\frac{E_0}{E_r}$		$\frac{E_1}{E_r}$		$\frac{E_2}{E_r}$	
	0.5	0.9	0.5	0.9	0.5	0.9
1	0.063	0.209	0.046	0.039	0.044	0.037
3	0.119	0.425	0.044	0.029	0.042	0.027
5	0.171	0.548	0.041	0.022	0.039	0.021
7	0.218	0.628	0.039	0.018	0.037	0.018
9	0.260	0.684	0.037	0.016	0.035	0.015

Особливо інтенсивно при звуженні індикатриси зростає нульова освітленість, що висуває підвищені вимоги до точності монтажу джерел випромінювання та однорідності відбивного покриття. Для ДВ на основі ламп розжарювання така особливість не була характерною [4, 7].

Вплив величини вихідної апертури (відносного отвору ДВ $\frac{D_{вих}}{D_{сф}}$ на значення нульової, першої та сумарної освітленості проаналізовано за допомогою співвідношення.

$$A_0 = \frac{A_{сф} - A_{отв}}{A_{сф}} = \frac{\pi D_{сф}^2 - \pi D_{вих}^2}{\pi D_{сф}^2} = 1 - \left(\frac{D_{вих}}{D_{сф}}\right)^2 \quad (26)$$

Тоді сумарна освітленість як функція відносного отвору визначається виразом

$$E_{\Sigma} \left(\frac{D_{вих}}{D_{сф}} \right) = \frac{I_0}{4R^2} \frac{\cos^{m+1}(\theta_{еф}) - 1}{\cos^2(\theta_{еф}) - 1} \left(1 + \frac{\rho \sin^2(\theta_{еф})}{1 - \rho \left(1 - \left(\frac{D_{вих}}{D_{сф}} \right)^2 \right)} \right) \quad (27)$$

Важливою особливістю ДВ з використанням СВД є те, що значення E_0 та E_1 практично не залежать від відносного отвору, тоді як освітленості вищих порядків зменшуються дуже швидко, особливо у випадку вузьких індикатрис.

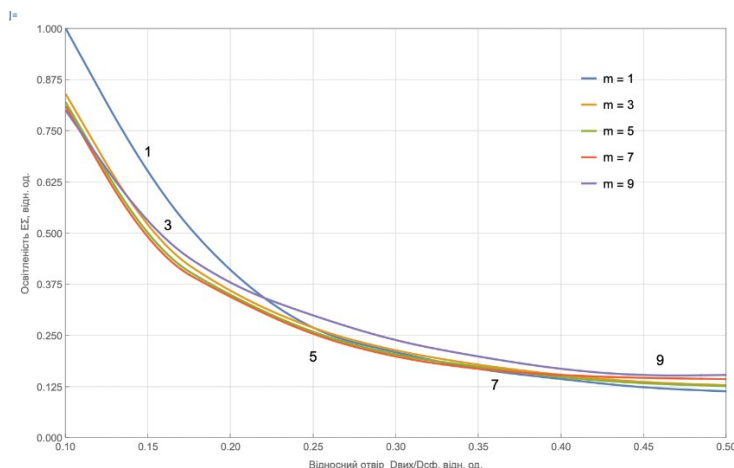


Рис. 4 Функція сумарної освітленості від величини відносного отвору та індикатриси, при m = 5

Основи проектування дифузного випромінювача

Ключовими конструктивними елементами ДВ, що визначають його енергетичні та просторові характеристики, є джерела випромінювання та внутрішнє покриття ІС. Проведений теоретичний і експериментальний аналіз [9] дозволяє сформулювати основні вимоги до СВД, що застосовуються у складі ДВ. Зокрема, індикатриса випромінювання джерела має бути максимально вузькою, габаритні розміри випромінювальної головки та електроарматури — мінімальними, а випромінювальна потужність у заданому спектральному діапазоні — максимальною.

Аналіз серійних СВД білого кольору показує, що з достатньою для інженерних розрахунків точністю їх просторову індикатрису залежно від кута випромінювання можна апроксимувати косинусоїдальною функцією з показником степеня m . Такий підхід суттєво спрощує аналітичний опис процесів формування світлового поля в ІС та є доцільним на етапі попереднього проектування ДВ.

Спектральні характеристики окремих кольорових СВД великої потужності, які описуються функцією $I_{\text{дв}}(\lambda)$, зазвичай охоплюють відносно вузькі ділянки спектра. Для забезпечення роботи у всьому видимому діапазоні застосовують комбіновані джерела, що складаються з трьох–п'яти вузькосмугових випромінювачів різного спектрального складу. Водночас розширення спектрального діапазону ДВ у ближню ультрафіолетову та інфрачервону області пов'язане зі значними технічними труднощами, хоча дослідження в цьому напрямку активно тривають.

Визначальний вплив на спектральні та фотометричні характеристики ДВ має вибір матеріалу внутрішнього покриття ІС. Найбільш перспективними вважаються покриття на основі політетрафторетилену (PTFE), зокрема Spectralect та інші матеріали PTFE-класу. Порівняльний аналіз показує, що покриття на основі сульфату барію (BaSO_4) поступаються PTFE-матеріалам не лише за коефіцієнтом дифузного відбиття, але й за довготривалою стабільністю параметрів, що є критично важливим для вимірювальних дифузних випромінювачів [5, 8].

Спектральні характеристики дифузного випромінювача з білими СВД та покриттями на основі PTFE і BaSO_4 наведені на Рис.5. Наведені характеристики отримано шляхом підстановки відповідних спектральних залежностей у розрахунковий вираз для визначення вихідної яскравості дифузного випромінювача.

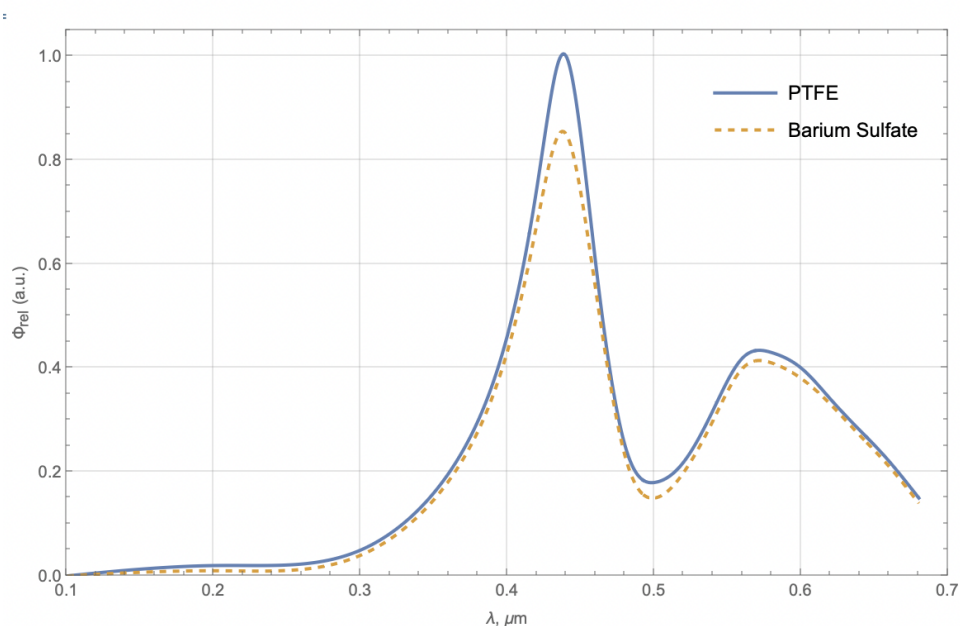


Рис. 5 Спектральні характеристики дифузного випромінювача

Істотне підвищення яскравості вихідної апертури ДВ, а також покращення просторової однорідності сформованого поля може бути досягнуте шляхом збільшення кількості первинних джерел випромінювання. Для оцінювання доцільної кількості таких джерел у літературі запропоновано використовувати коефіцієнт заповнення K_3 , який визначається як відношення кількості джерел $N_{\text{ДВ}}$ до діаметра ІС $D_{\text{сф}}$:

$$K_3 = \frac{N_{\text{ДВ}}}{D_{\text{сф}}} \quad (28)$$

Аналіз відомих конструкцій дифузних випромінювачів показує, що при використанні галогенних ламп значення коефіцієнта K_3 зазвичай знаходиться в межах 12–16. З огляду на значно менші габаритні розміри СВД та їх кращі температурні характеристики, для світлодіодних ДВ цей коефіцієнт може бути суттєво збільшений. Водночас необхідно враховувати, що зростання кількості СВД призводить до збільшення площі, зайнятої джерелами та їх арматурою всередині ІС, що зменшує ефективну відбивну поверхню та

спричиняє появу вторинного випромінювання. Опис процесів взаємодії вторинного випромінювання з оптичними елементами СВД є складним, оскільки одночасно відбуваються процеси часткового поглинання, розсіювання та дзеркального відбивання світлових потоків. Детальний аналіз цих процесів виходить за межі даної роботи та потребує окремого розгляду.

Регулювання яскравості вихідної апертури ДВ доцільно здійснювати шляхом зміни струму живлення СВД при фіксованій напрузі. Динамічний діапазон ДВ, визначений як відношення максимальної та мінімальної яскравості вихідної апертури, може досягати значень $10^3 - 10^4$ за умови забезпечення нелінійності не вище 0,5 %. Слід зазначити, що більшість СВД великої потужності мають нелінійну ділянку на початковому відрізку світлової характеристики, у зв'язку з чим живлення таких джерел доцільно здійснювати через баластний опір, а зміну струму починати зі значень 0,02–0,05 від максимального.

З урахуванням результатів проведених експериментальних досліджень, для виконання попередніх оцінювань характеристик ДВ на основі СВД доцільно використовувати аналітичний вираз, отриманий шляхом підстановки співвідношення (5) у формулу (6), з урахуванням кількості первинних джерел випромінювання, площі, яку вони займають усередині ІС, а також коефіцієнта відбиття їхніх поверхонь.

$$L_{\text{вих}}(\lambda) = \frac{I_0 N_{\text{ДВ}}}{\pi(D_{\text{сф}})^2} \frac{\cos^{m+1}(\theta_{\text{еф}}) - 1}{\cos^2(\theta_{\text{еф}}) - 1} \left(1 + \frac{\rho \sin^2(\theta_{\text{еф}})}{1 - \rho \left(1 - \left(\frac{D_{\text{вих}}}{D_{\text{сф}}} \right)^2 - \frac{A_{\text{ДВ}}}{\pi(D_{\text{сф}})^2} \right) - \frac{\rho_{\text{ДВ}} A_{\text{ДВ}}}{\pi(D_{\text{сф}})^2}} \right) =$$

$$= \frac{\Phi_{\text{ДВ}} N_{\text{ДВ}}}{2(\pi D_{\text{сф}})^2 \sin^2(\theta_{\text{еф}})} \left(1 + \frac{\rho \sin^2(\theta_{\text{еф}})}{1 - \rho \left(1 - \left(\frac{D_{\text{вих}}}{D_{\text{сф}}} \right)^2 - \frac{A_{\text{ДВ}}}{\pi(D_{\text{сф}})^2} \right) - \frac{\rho_{\text{ДВ}} A_{\text{ДВ}}}{\pi(D_{\text{сф}})^2}} \right) \quad (29)$$

де $A_{\text{ДВ}}$ - загальна площа арматури світлодіода.

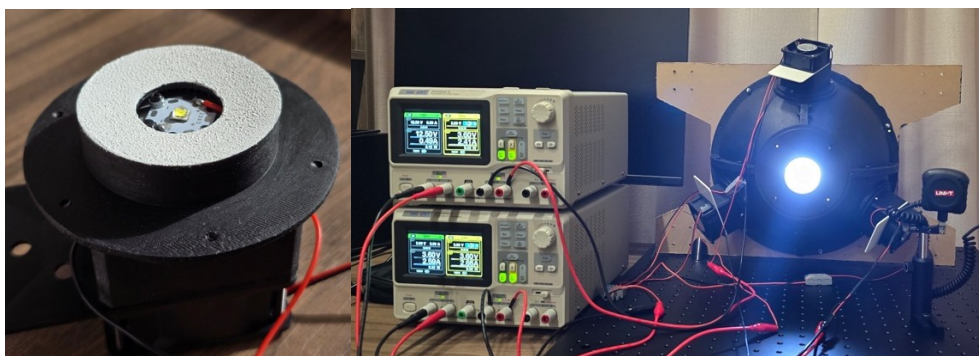


Рис. 6 Перший робочий прототип з варіантом вузла випромінювача з світлодіодом CREE XML-L2

У межах проведених досліджень було реалізовано ДВ на основі трьох СВД білого світла типу CREE XML-L2 номінальною потужністю 10 Вт кожне з корельованою колірною температурою 5000 К – 8300 К. Світлодіоди були розміщені всередині ІС діаметром 266 мм з вихідною апертурою діаметром 50 мм, відповідно відносний отвір прототипу

$$\frac{D_{\text{вих}}}{D_{\text{сф}}} \approx 0.19$$

Нижче приведені результати розрахунків яскравості вихідної апертури, виконані за аналітичним виразом з урахуванням кількості первинних джерел, геометричних параметрів сфери та ефективного кута випромінювання $\theta_{\text{еф}} = 55$

Отримане значення підтверджує можливість формування стабільного та просторово однорідного поля яскравості на вихідній апертурі ДВ при відносно невеликій кількості СВД і компактних габаритах конструкції. Хоча світлодіодні ДВ поступаються галогенним випромінювачам за максимально досяжною яскравістю та шириною спектрального діапазону, їхні експлуатаційні характеристики — компактність, енергоефективність і гнучкість керування режимами живлення — роблять такі випромінювачі перспективними для застосування в задачах калібрування та дослідження енергетичних і просторових характеристик оптико-електронних систем у видимому спектральному діапазоні.

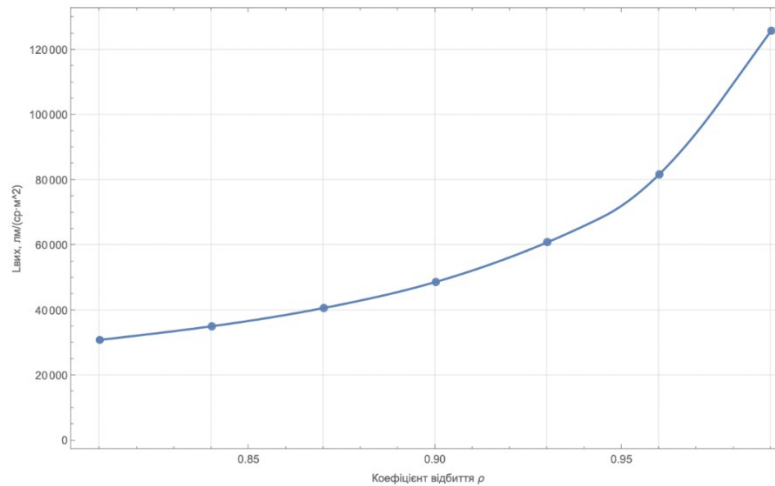


Рис. 7 Залежність розрахованої яскравості прототипу від коефіцієнту відбиття

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

У роботі розроблено теоретичну модель ДВ з косинусними джерелами, яка в першому наближенні дозволяє описати формування поля яскравості у вихідній апертурі та його спектральні характеристики залежно від конструктивних параметрів випромінювача, внутрішньої оптичної геометрії ІС, а також властивостей використовуваних елементів — СВД і дифузного покриття поверхні сфери. Отримані аналітичні співвідношення та інженерні рекомендації створюють основу для проектування ДВ із заданими фотометричними та спектральними параметрами. На основі запропонованої теорії розроблено та реалізовано експериментальний прототип ДВ, побудований на базі ІС з внутрішнім дифузним покриттям та СВД. Прототип дозволив експериментально перевірити основні положення моделі, зокрема вплив розташування джерел, геометрії вихідної апертури та оптичних властивостей покриття на рівномірність поля яскравості та спектральну стабільність випромінювання. Отримані експериментальні результати якісно узгоджуються з теоретичними оцінками та підтверджують працездатність обраного підходу. Практична цінність результатів полягає у можливості їх застосування при створенні калібрувальних джерел випромінювання для прецизійної фотометрії та радіометрії, зокрема для калібрування цифрових відеосистем і оптико-електронних засобів високої точності. Запропонований підхід може бути використаний як на етапі попереднього проектування, так і при оптимізації вже існуючих конструкцій ДВ. Перспективним напрямком подальших досліджень є вдосконалення розробленого прототипу шляхом пошуку оптимуму конструктивних параметрів випромінювача — радіуса інтегруючої сфери, її розмірів, кількості та конфігурації джерел випромінювання, радіуса вихідної апертури їх взаємного положення використовуючи чисельне моделювання та експериментальну верифікацію.

References

- [1] Hashiguchi T., Okamura Y., Tanaka K., Nakajima Y., Suzuki K., Sakashita T., Amano T. Radiometric performance of Second Generation Global Imager (SGLI) using integrating sphere // *Sensors, Systems, and Next-Generation Satellites XX* / eds. R. Meynart, S. P. Neeck, T. Kimura, H. Shimoda. — Proc. of SPIE. — 2016. — Vol. 10000. — Article ID 1000007. — <https://doi.org/10.1117/12.2241955>
- [2] Vacula M., Horvath P., Chytka L., Daumiller K., Engel R., Hrabovsky M., Jilek V., Mandat D., Mathes H.-J., Michal S., Nozka L., Palatka M., Pech M., Schäfer C. M., Schovanek P., Svozilikova Z. Development of a calibration light source based on a unique modification of an integrating sphere // *Optics & Laser Technology*. — 2025. — Vol. 187. — Article ID 112766. — <https://doi.org/10.1016/j.optlastec.2025.112766>
- [3] Celebi, Iris & Aslan, Mete & ünlü, M. Selim. A spatially uniform illumination source for widefield multi-spectral optical microscopy. *PLOS ONE*. 18. e0286988. <https://doi.org/10.1371/journal.pone.0286988>
- [4] Mikheienko, L. A., & Shyshkin, V. A. (2009). Dyfuznyi vyprominiuvach zminnoi yaskravosti dlia kalibruvannia pretsyziynykh tsyfrovyykh videosystem. *Naukovi Visti NTUU "KPI"*, (1), 114–120. (in Ukrainian)
- [5] Halim Poh, Mohd Fadzil Jamaludin, Iman Aris Fadzallah, Nik Muhd Jazli Nik Ibrahim, Farazila Yusof, FRM Adikan, Abdul Moghavvemi. Diffuse reflectance spectroscopic analysis of barium sulfate as a reflection standard within 173–2500 nm: From pure to sintered form. *Journal contribution*, 2024. <https://doi.org/10.6084/m9.figshare.24948063.v1>
- [6] Labsphere, Inc. Integrating Sphere Radiometry and Photometry. Technical Guide. — Labsphere Inc., 2017. <https://www.labsphere.com/wp-content/uploads/2021/09/Integrating-Sphere-Radiometry-and-Photometry.pdf>
- [7] Mikheienko, L. A., & Borovytskyi, V. N. (2006). Osvitlivalnyi kanal tsyfrovoho mikroskopa na bazi dyfuznoho vyprominiuvacha. *Tekhnolohiia i Konstruiuvannia v Elektronii Aparatury*, (1), 20–27. (in Ukrainian)
- [8] Weidner V. R., Hsia J. Reflection properties of pressed polytetrafluoroethylene powder. *Journal of the Optical Society of America*, Vol. 71, No. 7, 1981, pp. 856–861. <https://doi.org/10.1364/JOSA.71.000856>
- [9] Cree, Inc. Cree HB SMD Single-Color LEDs. Technical Product Information. <https://www.cree-led.com/products/leds/hb/smd-single/>