

ТИХАН Мирослав

Національний університет «Львівська політехніка»
<https://orcid.org/0000-0002-4910-6477>

МАРКОВИЧ Віктор

Національний університет «Львівська політехніка»
<https://orcid.org/0000-0002-4441-3646>

ДІДКОВСЬКИЙ Олексій

Національний університет «Львівська політехніка»
<https://orcid.org/0009-0003-4456-3649>

ГЕНЕРАЛОВ Віталій

Національний університет «Львівська політехніка»
<https://orcid.org/0009-0004-1735-0610>

СПОСІБ ВИМІРЮВАННЯ ДИНАМІЧНОГО ТИСКУ

Сучасні виробничі процеси, наукові дослідження, випробувальні комплекси у високотехнологічних галузях промисловості тощо потребують щораз досконаліших вимірювальних технологій. Наріжними елементами цих технологій є сенсори різноманітних фізичних величин, зокрема сенсори тиску рідин чи газів.

Особливістю вимірювання тиску у багатьох технічних системах є його динамічний, швидкозмінний характер. Оскільки сенсори часто є елементами системи керування, то вимірювання такого тиску необхідно здійснювати у реальному часі.

В роботі представлений спосіб вимірювання динамічного тиску побудований на отриманому розв'язку оберненої задачі вимірювання. Показано, що наявність у вихідному сигналі високочастотних складових є причиною некоректності оберненої задачі вимірювання. Для усунення високочастотних складових пропонується застосовувати вейвлет-фільтрування і віконне усереднення вихідного сигналу сенсора. Продемонстровано теоретичну апробацію розробленого способу вимірювання динамічного тиску на моделях вхідних сигналів. Розроблений спосіб працездатний в реальному часі з похибкою в межах статичної похибки сенсора. Крім цього в роботі показано, що в реальних вимірюваннях є досить важливою апіорна інформація про можливі дестабілізуючі фактори. В першу чергу це стосується інформації за якою можна оцінити ступінь впливу дестабілізуючих факторів параметром шум/сигнал. У цьому випадку для того чи іншого сенсора можна окреслити таку область застосування де використовуючи метод безпосереднього диференціювання вихідного сигналу можна вимірювати динамічний тиск в реальному часі з заданою точністю. Крім цього, за значенням допустимої похибки вимірювання можна підібрати такий сенсор тиску, який забезпечить необхідну точність вимірювання.

Ключові слова: вимірювання динамічного тиску; обернена задача; вейвлет-фільтрування; вимірювання в реальному часі; співвідношення сигнал/шум; датчики тиску.

TYKHAN Myroslav, MARKOVYCH Viktor,
DIDKOVSKIY Oleksiy, GENERALOV Vitalii
Lviv Polytechnic National University

METHOD OF MEASURING DYNAMIC PRESSURE

Modern production processes, scientific research, testing complexes in high-tech industries, etc. require increasingly sophisticated measurement technologies. The cornerstones of these technologies are sensors of various physical quantities, in particular sensors of liquid or gas pressure.

A distinctive feature of pressure measurement in many technical systems is its dynamic, rapidly changing nature. Since sensors are often elements of a control system, such pressure measurements must be performed in real time.

The method of dynamic pressure measurement presented in the paper is based on the obtained solution of the inverse measurement problem. It is shown that the presence of high-frequency components in the output signal is the reason for the incorrectness of the inverse measurement problem. To eliminate high-frequency components, it is suggested to use wavelet filtering and window averaging of the sensor output signal. The theoretical approbation of the developed method of measuring dynamic pressure on models of input signals is demonstrated. The developed method works in real time with an error within the static error of the sensor. In addition, the work shows that a priori information about possible destabilizing factors is quite important in real measurements. First of all, this refers to information that can be used to assess the degree of influence of destabilizing factors by the noise/signal parameter. In this case, for this or that sensor, it is possible to outline such an area of application where, using the method of direct differentiation of the output signal, it is possible to measure the dynamic pressure in real time with a given accuracy. In addition, based on the value of the permissible measurement error, you can choose a pressure sensor that will ensure the required measurement accuracy.

Keywords: dynamic pressure measurement; inverse problem; wavelet filtering; real-time sensing; signal-to-noise ratio; pressure sensors.

Стаття надійшла до редакції / Received 17.10.2025

Прийнята до друку / Accepted 26.11.2025

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Сучасні виробничі процеси, наукові дослідження, випробувальні комплекси у високотехнологічних галузях промисловості тощо потребують щораз досконаліших вимірювальних технологій. Наріжними елементами цих технологій є сенсори різноманітних фізичних величин, зокрема сенсори тиску рідин чи газів [1...4].

Особливістю вимірювання тиску у багатьох технічних системах є його динамічний, швидкозмінний характер. Оскільки сенсори часто є елементами системи керування, то вимірювання такого тиску необхідно здійснювати у реальному часі.

Загалом, з погляду математики, завдання вимірювання динамічної величини відноситься до класу некоректно поставлених проблем за Ж. Адамаром [5].

Найбільш дієві методи вирішення оберненої задачі, а отже і вимірювання динамічних величин базуються на обчислювальних процедурах з застосуванням методу регуляризації Тихонова. Але, для вимірювання динамічного тиску вже при існуючих потребах у швидкодії сучасних систем автоматичного керування ці методи мають суттєво обмежене застосування. На наш погляд така ситуація виникла саме через намагання вирішити проблему “в загальному”, або ж як виключно математичну проблему. Тобто без врахування особливостей як самої вимірюваної величини, так і динаміки вимірювального перетворення, яке відбувається у сенсорах. Тому удосконалення як способів так і сенсорів вимірювання динамічного тиску у реальному часі є очевидно актуальною проблемою.

Теоретичні аспекти

Як показано у [5], вимірювальне перетворення динамічного тиску, яке здійснюється сенсорами описується інтегральними Вольєрра

$$U(t) = \int_0^t g(t, \tau) \cdot p(\tau) d\tau \quad (1)$$

де $U(t)$ - вихідний сигнал сенсора; $g(t, \tau)$ - імпульсна перехідна функція сенсора; $p(t)$ - вимірюваний тиск (вхідний сигнал). Для рівняння (1) покладемо, що $g(t, \tau) \neq 0$, $\ddot{g}_t(t, \tau)$ і $\dot{U}(t)$ існують і неперервні. Ці вимоги для сенсорів і фізичних сигналів виконуються безумовно.

Виходячи з фізичних особливостей сенсорів, рівняння (1) у більш явному вигляді є таким

$$U(t) = k \cdot \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} p(\tau) \sin(\eta_0 \cdot (t - \tau)) d\tau \quad (2)$$

де β - коефіцієнт демпфування коливань мембрани; η_0 - основна частота її власних коливань; k - статичний коефіцієнт перетворення сенсора.

Для вимірювання динамічних величин в реальному часі необхідно мати рівняння такого виду

$$p(t) = F^{-1}(U(t)), \quad (3)$$

де F^{-1} - оператор, який є оберненим до функції перетворення сенсора.

Для розв'язання оберненої задачі, тобто отримання рівняння типу (3) у явному вигляді, двічі диференціюємо (2) по часу, отримуємо

$$p(t) = \frac{\ddot{U}(t) + 2 \cdot \beta \cdot \dot{U}(t) + (\eta_0^2 + \beta^2) \cdot U(t)}{k \cdot \eta_0} \quad (4)$$

Таким чином, для встановлення вхідного сигналу (тиску $p(t)$) необхідно мати похідні вихідного сигналу сенсора. Однак через наявність статичної похибки $\delta(t)$, яка загалом є випадковим процесом, сигнал $U(t)$ відрізняється від дійсного і безпосереднє його диференціювання стає некоректною процедурою [5].

З іншого погляду, інтегральне рівняння (2) можна розв'язати за допомогою перетворення Фур'є.

Оскільки реальний вихідний сигнал сенсора $U_p(t)$ отримується з деякою похибкою $\delta(t)$, тому можемо записати

$$U_p(t) = U_0(t) + \delta(t) = k \cdot \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} p(\tau) \sin(\eta_0 \cdot (t - \tau)) d\tau + \delta(t), \quad (5)$$

де $U_0(t)$ - істинне значення вихідного сигналу.

Використовуючи перетворення Фур'є, маємо

$$p(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty P_0(\omega) \exp(jt\omega) d\omega + \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\Delta(\omega)}{G(\omega)} \exp(jt\omega) d\omega, \quad (6)$$

де $P_0(\omega)$ - Фур'є-образ істинного значення вихідного сигналу, $G(\omega)$ і $\Delta(\omega)$ - спектри передавальної функції і функції похибки $\delta(t)$.

Другий доданок в рівнянні (6) є похибкою точного розв'язку рівняння (5) з наближеною лівою частиною. Як наголошувалось, похибка $\delta(t)$ загалом є випадковим процесом, тому дисперсія розв'язку задачі становитиме

$$\sigma_\delta^2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{|\Delta(\omega)|^2}{|G(\omega)|^2} d\omega \quad (7)$$

де $|\Delta(\omega)|^2$ - спектральна густина потужності похибки.

Оскільки при $\omega \rightarrow \infty$ спектральна густина $G(\omega) \rightarrow 0$, а $|\Delta(\omega)|^2$ прямуватиме до скінченної границі чи нуля (якщо $\delta(t)$ міститиме, чи не міститиме компоненту білого шуму), то внаслідок випадкового характеру $\delta(t)$ дисперсія розв'язку задачі відновлення сигналу буде або безмежною, або неприпустимо великою. Отже, розбіжність інтегралу (6) зумовлена наявністю у вихідному сигналі високочастотних складових. Тобто, якщо б вдалося тим чи іншим чином "погасити чи згладити" високочастотні складові, то розв'язок задачі відновлення сигналу міг би бути стійким.

Тому пропонується спосіб вимірювання який полягає на здійсненні таких процедур.

1. Вихідний сигнал сенсора $U(t)$ з одного боку піддається фільтрації через числовий фільтр, з іншого боку віконному усередненню та інтерполяції. Далі два отримані сигнали усереднюються.
2. Усереднений сигнал піддається числовому диференціюванню, що дає значення $\dot{U}(t)$ і $\ddot{U}(t)$.
4. Знаючи параметри $\eta_0, \beta, k, U(t), \dot{U}(t), \ddot{U}(t)$ і використовуючи вираз (4), отримуємо значення вимірюваного тиску $p(t)$.

Оскільки запропонований спосіб вимірювання реалізується число-програмними алгоритмами, то цей спосіб є втіленням програмного рівня інтелектуалізації сенсора.

Способи фільтрації вихідного сигналу сенсора.

На сьогодні найбільш поширені способи фільтрації вимірювальних сигналів попри їхні переваги мають певне обмежене застосування при необхідності роботи у реальному часі. Це зумовлене часом затримки сигналу при фільтрації. У розробленому способі вимірювання пропонується паралельне фільтрування сигналу. З одного боку сигнал піддається вейвлет-фільтруванню, а з іншого віконному усередненню.

Спосіб фільтрації сигналу на основі вейвлет-перетворення.

Вейвлет-фільтрація базується на методах вейвлет-перетворення, які дозволяють локалізувати сигнал як в часі, так і в частоті. Це доцільно для сигналів, що мають неоднорідні або нестационарні характеристики, де частоти змінюються в часі. Завдяки вейвлет-перетворенню можна виділяти як низькочастотні, так і високочастотні компоненти сигналу, що робить цей метод надзвичайно ефективним для обробки сигналів, де частотні компоненти варіюються в часі. Перевага вейвлет-фільтрації полягає в її здатності адаптуватися до змін сигналу в часі, що робить її набагато більш гнучкою порівняно з традиційними методами, такими як фільтрація Фур'є, яка орієнтована лише на глобальні частотні характеристики [6...9]. Вейвлет-фільтрація зазвичай включає в себе три основних етапи: перетворення сигналу у вейвлет-образ, фільтрацію вейвлет-коефіцієнтів шляхом зменшення високочастотних компонентів або застосування порогових значень, і відновлення сигналу через зворотне вейвлет-перетворення.

Спосіб віконного усереднення вихідного сигналу сенсора.

Спосіб базується на згаданому раніше припущенні, що високочастотний шум, який спотворює вихідний сигнал є стохастичним процесом з нульовим значенням математичного сподівання. Це означає, що

на деякому доволі короткому інтервалі часу (вікно) шум представлятиме собою симетричні коливання відносно деякого середнього значення, яке і є незашумленим, «чистим» вихідним сигналом. Саме тому усереднення отриманого в результаті вимірювання зашумленого вихідного сигналу на послідовних коротких інтервалах (вікнах) часу дасть множину значень, інтерполяція яких дає «чистий» вихідний сигнал.

Теоретична апробація способу вимірювання на моделях вхідних сигналів

Теоретична апробація розробленого способу полягає в тому, що при наявності точно заданого вхідного сигналу, за виразом (2) отримуємо вихідний сигнал, після чого здійснюємо його «примусове зашумлення» додаванням високочастотних шумів, проводимо вейвлет-фільтрацію цього сигналу і віконне усереднення, використовуючи вираз (4) отримуємо відновлений вхідний сигнал. За допомогою різниці між відновленим сигналом і заданим вхідним оцінюється ефективність розробленого способу вимірювання.

Теоретичну апробацію проводимо на цифровій моделі мембранного сенсора і для цього задаємося його конструкційними параметрами: частота власних коливань- $\eta_0 = 129,8 \times 10^3$ рад/с (20,66кГц) (мембрана з радіусом $R = 5$ мм, товщиною $h = 0,25$ мм, виконана з сплаву 36НХТЮ), $\beta = 0,4\eta_0, k = 1,3$ мВ/МПа.

Дослідимо працездатність способу вимірювання тиску, якщо він змінюється відповідно до гармонічного закону

$$p(t) = \frac{P_0}{2} (1 - \cos(\omega_0 \cdot t)), \quad (8)$$

а вихідний сигнал спотворений шумовими завадами

$$Y(t) = Y_0 \cdot \cos(f \cdot t), \quad (9)$$

де $P_0 = 1,0$ МПа-амплітуда тиску з частотою ω_0 , а Y_0 і f - амплітуда і частота завад.

Дослідження на прикладі гармонічного сигналу доцільне тим, що навіть при вимірюванні тиску у вигляді послідовності ударів (найбільш «тяжкий» режим вимірювання), вихідний сигнал буде послідовністю перехідних коливань, які є згасаючими гармоніками з частотою власних коливань пружної системи сенсора. А при дії гармонічного тиску вихідний сигнал теж буде гармонічним.

Шумом імітуємо наслідок дії нестационарних дестабілізуючих чинників, оскільки якщо похибка вимірювання, яка загалом є випадковим процесом, міститиме компоненту білого шуму, то дисперсія розв'язку оберненої задачі буде або безмежною, або неприпустимо великою, що максимально наблизить моделювання до реальної вимірювальної ситуації.

Виходячи з практики вимірювань, для моделювання задаємося амплітудою шуму Y_0 , яка може сягати 5...10% амплітуди корисного сигналу, частота шуму f може варіюватися в діапазоні $0 \div 10^2 \eta_0$.

Таким чином, у відповідності до (2), неспотворений вихідний сигнал становитиме

$$U(t) = k \cdot \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \cdot \frac{P_0}{2} (1 - \cos \omega \tau) \cdot \sin(\eta_0 \cdot (t - \tau)) d\tau. \quad (10)$$

Накладемо на неспотворений вихідний сигнал дестабілізуючий шум, отримаємо дійсний вихідний сигнал

$$U_\delta(t) = U(t) + Y(t) = k \cdot \int_0^t e^{-\beta(t-\tau)} \cdot \frac{P_0}{2} (1 - \cos \omega \tau) \cdot \sin(\eta_0 \cdot (t - \tau)) d\tau + Y_0 \cdot \cos(f \cdot t) \quad (11)$$

У відповідності до (4) вимірюваний тиск становитиме

$$p_\delta(t) = \frac{\ddot{U}_\delta(t) + 2 \cdot \beta \cdot \dot{U}_\delta(t) + (\eta_0^2 + \beta^2) \cdot U_\delta(t)}{k \cdot \eta_0} \quad (12)$$

Відхилення відновленого вхідного сигналу (12) від істинного значення (8) будемо оцінювати відносною похибкою за формулою

$$\delta(t) = \frac{p_0(\tau) - p(t)}{p_0(\tau)} \quad (13)$$

Отримані результати подані на рис. 1 а) і б).

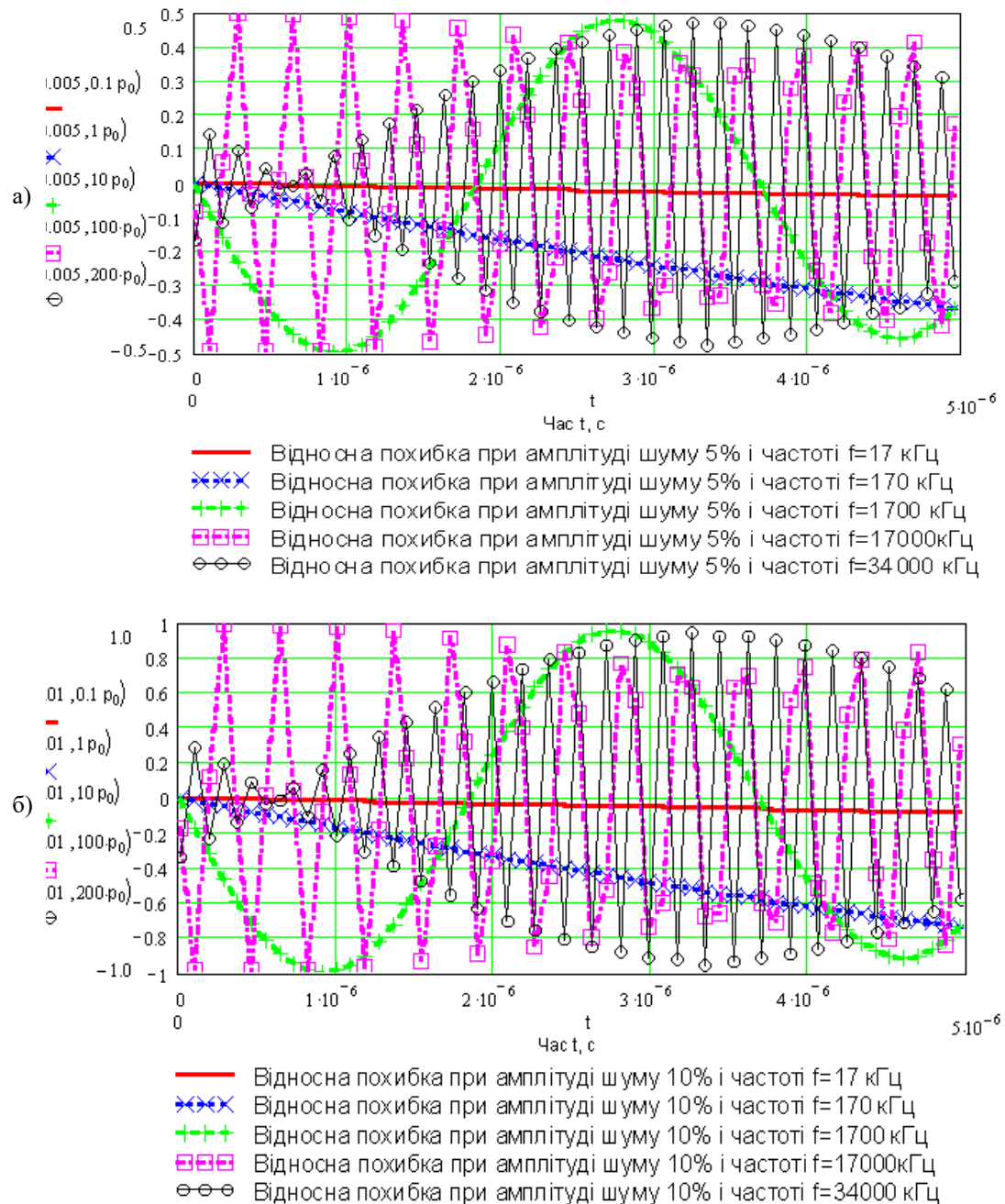


Рис. 1. Відносна похибка відновлення сигналу при дії дестабілізуючого фактору з амплітудою 5% від амплітуди вхідного сигналу; б) – з амплітудою 10% від амплітуди вхідного сигналу

Як видно з досліджень, відносна похибка відновлення сигналу зростає по мірі зростання частоти дестабілізуючого фактору, але навіть при його частоті у 200 разів більшій за власну частоту сенсора амплітуда похибки не перевищує амплітудного значення шуму. З практичного погляду це означає, що запропонований спосіб є працездатним і стійким до дії високочастотних дестабілізуючих факторів. Проте необхідно знати і регламентувати їхнє амплітудне значення.

З'ясуємо, при якому частотному співвідношенні шум/сигнал і апіорних даних все таки можливе безпосереднє диференціювання вихідного сигналу без його додаткового числового опрацювання.

Відомо [5], що максимум похибки розв'язку оберненої задачі (4) у випадку у випадку отримання величин $\dot{U}(t)$ і $\ddot{U}(t)$ шляхом безпосереднього диференціювання вихідного сигналу $U(t)$ досить точно апроксимується залежністю

$$\delta_{\max}(\zeta) = Y_0(\%) + \left(\frac{\nu}{\eta_0} \right)^3, \quad (14)$$

де Y_0 - амплітуда шуму, яка задається у відсотках від амплітуди корисного сигналу $U(t)$ і може бути потрактована як його похибка, а частота шуму ν може змінюватись в певному діапазоні відносно власної частоти сенсора η_0 (рис.2)

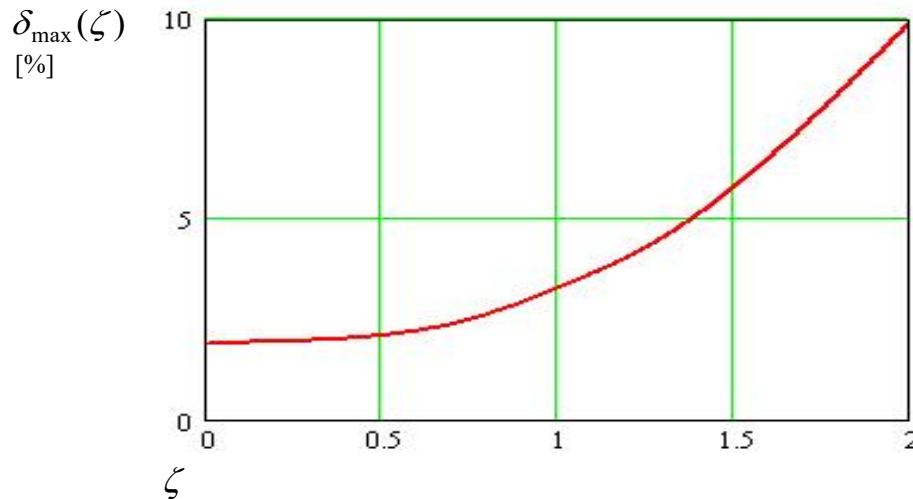


Рис. 2. Відносна похибка відновлення вхідного сигналу за методом безпосереднього диференціювання ($\zeta = \nu/\eta_0$ -співвідношення частот шум/сигнал)

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Якщо існує апіорна інформація про можливі дестабілізуючі фактори за якою можна оцінити ступінь їхнього впливу на вихідний сигнал параметром шум/сигнал ($\zeta = \nu/\eta_0$), то для того чи іншого сенсора можна окреслити область застосування де він використовуючи метод безпосереднього диференціювання вимірюватиме динамічний тиск в реальному часі з заданою точністю. Або ж за значенням допустимої похибки вимірювання можна підібрати такий сенсор тиску, який забезпечить необхідну точність його вимірювання.

Література

1. MEMS for automotive and aerospace applications [Text] / M. Kraft, N. M. White (Eds.). – Woodhead Publishing Limited, 2013. – 355 p. <https://doi.org/10.1533/9780857096487>
2. Custom Pressure Sensors for the Aerospace Industry [Electronic resource]. – Merit Sensor. – Available at: <https://meritsensor.com>
3. Sensors for Aerospace & Defense [Electronic resource]. – PCB Piezotronics. – Available at: <https://www.pcb.com/aerospace>
4. Tykhan M., Repetylo, T., Dilay, I., Markovych, V. (2018). Study of the influence of a fast-changing temperature on metrological characteristics of the tensoresistive pressure sensor. Eastern European Journal of Enterprise Technologies. -2018, V.1/7, p.30-37.
5. Тихан М.О. (2013). Розвиток теоретичних засад та принципів побудови тензорезистивних сенсорів тиску нестационарних середовищ. Автореферат дисертації на здобуття наукового ступеня доктора технічних наук. - Національний університет "Львівська політехніка" Міністерства освіти і науки України. Львів, 2013.
6. Proakis, J. G., & Manolakis, D. G. (2006). Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications (4th ed.).
7. Mallat, S. (1999). A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press.
8. Haykin, S. (2002). Adaptive Filter Theory (4th ed.). Prentice Hall.
9. M Tykhan.(2019). Construction and investigation of a method for measuring the non-stationary pressure using a wavelet transform /Kliuchkovskyi S.,Repetylo T., Markina O./ – Eastern European Journal of Enterprise Technologies. –Vol.1/5, p. 28–34. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.156959>

References

1. MEMS for automotive and aerospace applications [Text] / M. Kraft, N. M. White (Eds.). – Woodhead Publishing Limited, 2013. – 355 p. <https://doi.org/10.1533/9780857096487>
2. Custom Pressure Sensors for the Aerospace Industry [Electronic resource]. – Merit Sensor. – Available at: <https://meritsensor.com>
3. Sensors for Aerospace & Defense [Electronic resource]. – PCB Piezotronics. – Available at: <https://www.pcb.com/aerospace>
4. Tykhan M., Repetylo, T., Dilay, I., Markovych, V. (2018). Study of the influence of a fast-changing temperature on metrological characteristics of the tensoresistive pressure sensor. Eastern European Journal of Enterprise Technologies. -2018, V.1/7, p.30-37. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2018.123391>
5. Tykhan M.O. Development of theoretical foundations and principles of creation piezoresistive pressure sensors of nonstationary conditions.- Dissertation abstract for obtaining the scientific degree of Doctor of Technical Sciences.- Lviv Polytechnic National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine. Lviv, 2013.
6. Proakis, J. G., & Manolakis, D. G. (2006). Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications (4th ed.).
7. Mallat, S. (1999). A Wavelet Tour of Signal Processing. Academic Press.
8. Haykin, S. (2002). Adaptive Filter Theory (4th ed.). Prentice Hall.
9. M Tykhan.(2019). Construction and investigation of a method for measuring the non-stationary pressure using a wavelet transform /Kliuchkovskyi S.,Repetylo T., Markina O./ – Eastern European Journal of Enterprise Technologies. –Vol.1/5, p. 28–34. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.156959>