https://doi.org/10.31891/2219-9365-2025-83-47
УДК 681.128+681.518.2

ІВАЩЕВ Даниїл
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
https://orcid.org/0009-0002-0556-9418
ivashchev_d@365.dnu.edu.ua
ГЕРАСИМОВ Володимир
Дніпровський національний університет імені Олеся Гончара
https://orcid.org/0000-0002-1366-715X
herasymov_v@365.dnu.edu.ua

АНАЛІЗ ШУМУ В ДАНИХ ВИМІРЮВАННЯ РІВНЯ ПАЛИВА НА ТРАНСПОРТІ

У статті представлено результати всебічного аналізу шуму в даних, отриманих від датчиків рівня палива транспортних засобів, з використанням статистичних і спектральних методів. Дослідження охоплює класифікацію шуму за типами, визначення його основних характеристик у різних експлуатаційних режимах (рух і стоянка). Проведено аналізу статистичних показників (середнє значення, стандартне відхилення, асиметрія, куртозис) та результатів тестів нормальності (Колмогорова-Смірнова, Андерсона-Дарлінга) для шуму, що дозволило виявити нестаціонарність і відхилення від нормального розподілу, зокрема у 98.33% сегментів. Проведена класифікація шуму за статистичними та спектральними характеристиками.
Ключові слова: аналіз шуму, рівень палива, сегментація сигналу, спектральний аналіз, фільтрація сигналів.

IVASHCHEV Daniil, GERASIMOV Vladimir
Oles Honchar Dnipro National University

ANALYSIS OF NOISE IN FUEL LEVEL MEASUREMENT DATA IN TRANSPORT

This article addresses the contemporary issues of phraseology and provides an in-depth study of the cognitive-pragmatic and stylistic foundations of phraseological units in the context of translation. The research proceeds from the anthropocentric paradigm, which views language as a universal communication tool reflecting the inner world, worldview, and values of the linguistic personality, thus acting as a mirror of the culture and mentality of a given language community. Phraseological units are considered not only as fixed lexical combinations, but also as semiotic constructs of secondary nomination that carry cultural, emotional, and evaluative connotations. Their functioning in discourse is directly tied to the cognitive and pragmatic factors that determine communicative success.

The study highlights that phraseological expressions encapsulate collective cultural experience, and through their stylistic and semantic characteristics, they embody key linguocultural dominants. Using English phraseological units as a primary material, the article identifies and analyzes groups that reflect such value categories as restraint, independence, arrogance, and fairness. These dominants are revealed not only at the semantic level but also in the stylistic coloring of the expressions, their pragmatic functions, and their communicative potential. The article emphasizes that the translation of phraseological units extends beyond literal equivalence, requiring a deep understanding of the conceptual and linguistic worldview of both source and target language speakers.

The process of translating phraseological units is shown to be a multidimensional task, in which the translator must preserve not only the semantic content, but also the expressive force, stylistic nuance, and cultural specificity of the source expression. It is argued that phraseological translation should be approached as a process of cultural mediation, where cognitive and pragmatic aspects intersect with linguistic choices. Preserving stylistic and emotional expressiveness is crucial for achieving functional equivalence, since phraseological units often determine the communicative impact of the text.

The research confirms that phraseological units are integral to the linguistic and cultural identity of a community, and their adequate translation ensures both semantic accuracy and communicative efficiency. Cognitive-pragmatic and stylistic approaches provide the necessary methodological tools for analyzing and translating phraseological material, offering a more holistic perspective that integrates semantics, culture, and communication. This integrated approach enables translators to retain the dual function of phraseological units—as carriers of meaning and as stylistic devices—thereby contributing to the effectiveness of cross-cultural discourse and preserving the cultural heritage embedded in language.
Keywords: noise analysis, fuel level, signal segmentation, spectral analysis, signal filtering

Стаття надійшла до редакції / Received 11.07.2025
Прийнята до друку / Accepted 14.08.2025

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Системи моніторингу рівня палива на транспортних засобах опираються на дані, отримані від датчиків рівня палива, які фіксують рівень палива в реальному часі. Дані від датчиків містять шум, спричинений вібраціями, змінами режиму руху та зовнішніми впливами. Такий шум ускладнює точну інтерпретацію даних і може призводити до помилок визначення рівня палива. Для підвищення якості обробки сигналів, а саме для розробки ефективних методик згладжування шуму, проведено детальний аналіз шуму, зокрема статистичний і спектральний аналіз, визначено характеристики шуму. Дослідження базується на вибірці в 3 000 000 вимірювань, що забезпечує достатній обсяг інформації для виявлення закономірностей і

особливостей шуму. Аналіз охоплює різні режими роботи транспортного засобу, включаючи рух і стоянку, де шум проявляється по-різному відповідно до режиму роботи транспортного засобу.

Дослідження зосереджено на аналізі та класифікації типу шуму в даних вимірювання рівня палива, отриманих від датчиків, встановлених на транспорті. Основна мета полягає у визначенні статистичних і спектральних характеристик шуму, його класифікації за типом (зокрема білий, кольоровий, імпульсний) та розробці єдиного методу фільтрації, придатного для всіх режимів роботи транспортного засобу.

Для досягнення мети виконано такі завдання:

- Обчислено статистичні характеристики шуму, зокрема середнє значення, дисперсію, асиметрію, куртозис, автокореляцію та спектральний нахил.
- Проведено класифікацію шуму на основі цих характеристик.
- Розроблено рекомендації щодо вибору фільтра, який зменшує вплив шуму, зберігаючи корисну інформацію сигналу.

Важливим аспектом є врахування нестаціонарності шуму, що ускладнює його обробку стандартними методами [2].

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Виділення шуму

Виділення шуму з даних рівня палива необхідне для ізоляції шумової компоненти від корисного сигналу, що забезпечує точне вивчення властивостей шуму і розробку методів фільтрації. Процес включає попередню сегментацію даних з подальшим аналізом кожного сегменту окремо з урахуванням специфіки умов експлуатації (рух, стоянка). Процес сегментації описаний у [3], де дані поділяються на однорідні сегменти для врахування різних режимів роботи транспортного засобу (заправка, рух, стоянка). На ділянках руху та стоянки застосовується лінійна апроксимація сигналу методом найменших квадратів. Залишки, тобто різниця між фактичними значеннями сигналу та апроксимованими значеннями, визнаються шумом. Обчислення залишків проводиться за формулою:

$$r_i = y_i - (\hat{a} + \hat{b} \cdot t_i), \tag{1}$$

де y_i— фактичне значення рівня палива в момент часу t_i, а $\hat{a}$ та $\hat{b}$ — коефіцієнти лінійної апроксимації, визначені методом найменших квадратів [1].

Отримані залишки r_i вважалися шумом і підлягали подальшому аналізу. На рис. 1 продемонстровано ділянку сигналу з проведеною апроксимацією. На рис. 2 продемонстровано виділений шум.

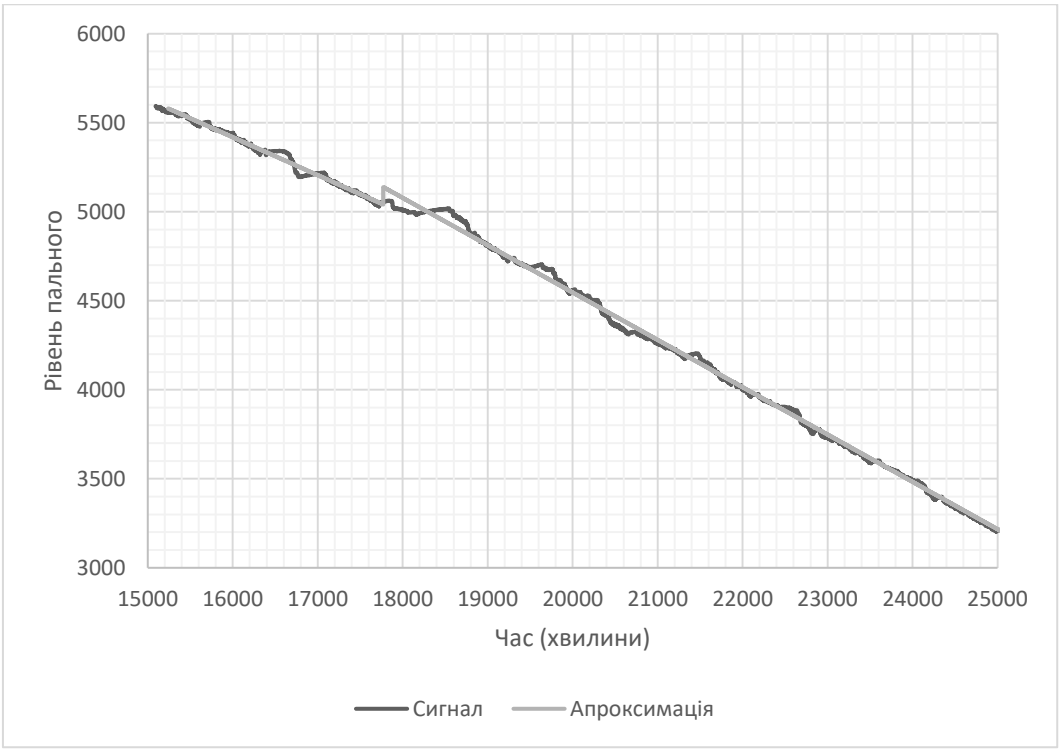

Рис. 1. Графік сигналу та апроксимація сегментів

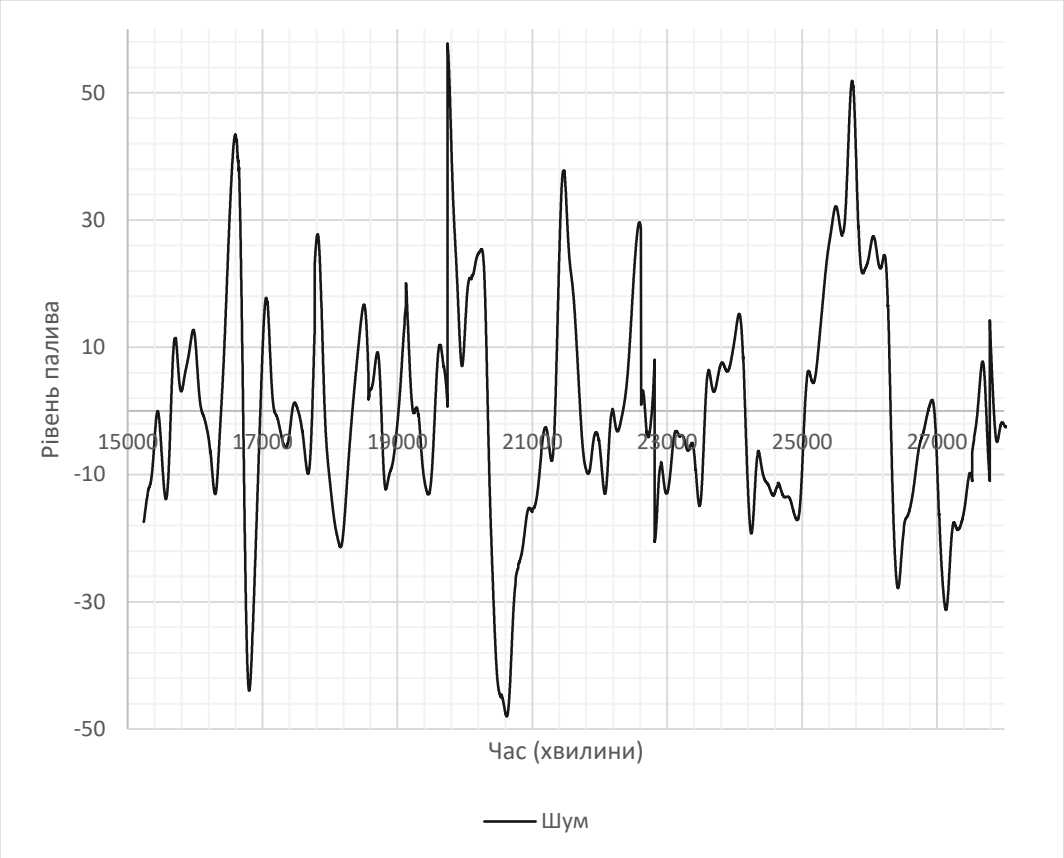

Рис. 2. Графік виділеного шуму

Наступним етапом дослідження став статистичний аналіз виділених шуму. Цей аналіз дозволяє оцінити статистичні властивості шуму в кожному сегменті даних.

Для кожного сегмента обчислено основні характеристики шуму.

Середнє значення, необхідне для перевірки, чи є шум центрованим навколо нуля, визначалося як [11]:

$$\mu = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} r_i, \tag{2}$$

де μ — середнє значення шуму (л), N — кількість точок у сегменті, а r_i — залишок (л).

Стандартне відхилення, необхідне для оцінки варіативності, розраховувалося за формулою [11]:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(r_i - \mu)^2}, \tag{3}$$

Асиметрія обчислювалася для оцінки форми розподілу [10]:

$$S = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(r_i-\mu)^3}{\sigma^3}, \tag{4}$$

Асиметрія показує, чи є розподіл симетричним, що є важливим для аналізу характеристик шуму.

Куртозис, необхідний для оцінки "гостроти" розподілу та наявності викидів, визначався як [10]:

$$K = \frac{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(r_i-\mu)^4}{\sigma^4} - 3, \tag{5}$$

Автокореляція з зсувом 1 розраховувалася для оцінки часової залежності шуму:

$$ACF(1) = \frac{\sum_{i=1}^{N-1}(r_i-\mu)(r_{i+1}-\mu)}{\sum_{i=1}^{N}(r_i-\mu)^2}, \tag{6}$$

Автокореляція з зсувом 1 оцінює кореляцію між послідовними значеннями шуму (r_i r_{i+1}) із часовим зсувом на одну позицію. Зсув 1 означає порівняння значень часового ряду з їхніми наступними значеннями, що дозволяє виявити часову залежність. Якщо ACF(1)≈0, це свідчить про відсутність часової залежності, що є ознакою білого шуму [9].

Для перевірки нормальності розподілу шуму застосовувався тест Андерсона-Дарлінга [4], який надає значення p-value. Якщо p-value перевищує 0.05, розподіл вважається нормальним [4]. Додатково використовували тести Колмогорова-Смірнова та Ліллієфорса, а також тести на стаціонарність: KPSS (Кватковського-Філліпса-Шмідта-Шина) [6] для перевірки гіпотези стаціонарності та ADF (Дікі-Фуллера) для перевірки наявності одиничного кореня (перевірка на нестаціонарність та дрейф в даних).

Спектральний аналіз необхідний для визначення типу шуму, оскільки дозволяє ідентифікувати частотні компоненти та класифікувати його за спектральними властивостями. Аналіз включає обчислення спектральної щільності потужності (PSD) шуму для кожного сегмента методом Велча. Будується логарифмічна залежність між частотами та PSD, а спектральний нахил визначається як коефіцієнт регресії:

$$S = \frac{\sum(\log f_i - \overline{\log f})(\log P_i - \overline{\log P})}{\sum(\log f_i - \overline{\log f})^2}, \quad (7)$$

де f_i — частоти; P_i — значення спектральної щільності; $\overline{\log f}$— середнє значення логарифмів частот; $\overline{\log \mathrm{P}}$— середнє значення логарифмів спектральної щільності [4].

Класифікація шуму

Класифікація шуму необхідна для оцінки розподілу шумів і вибору стратегій фільтрації, оскільки різні типи шуму вимагають специфічних підходів до обробки.

Шум класифікувався спершу на спектральні типи, а потім на статистичні типи.

1. Класифікація за спектральними характеристиками виконувалась на основі наступних показників [7]:

- Білий шум: середнє значення близьке до нуля, p-value тесту Андерсона-Дарлінга > 0.05, спектральний нахил ≈ 0.
- Кольоровий шум:
  - білий-подібний: спектральний нахил у межах −0.5 < S <0.5;
  - рожевий-подібний: спектральний нахил у діапазоні −1.5<S<−0.5;
  - коричневий-подібний: спектральний нахил < -1.5;
  - блакитний-подібний: спектральний нахил > 0.5;
  - інший кольоровий: розподіл ненормальний (p-value < 0.05), а нахил не відповідає жодній з попередніх категорій.

2. Класифікація за статистичними ознаками виконувалась наступним чином [8]:

- Гауссівський шум: p-value тесту Колмогорова–Смірнова > 0.05.
- Дрейфовий шум: високий коефіцієнт нахилу регресії шуму.
- Імпульсний шум: високий показник максимального стрибка відносно стандартного відхилення.

Результати аналізу шуму

У цьому розділі представлені результати статистичного та спектрального аналізу шуму в даних рівня палива, отриманих від датчиків транспортних засобів.

Основні характеристики шуму наведено нижче в таблиці 1.

Таблиця 1

Узагальнені статистичні характеристики шуму

Показник	**Значення (діапазон з реальних сегментів)**	**Розподіл (відсоток сегментів, де зустрічається)**
Тип шуму	Переважно кольоровий (99.77%)	99.77% сегментів — кольоровий; 0.23% — білий.
Детальний тип шуму	Переважно коричнево-подібний (99.56%)	99.56% сегментів — коричнево-подібний; 0.21% — рожево-подібний; 0.23% — інші.
Середнє значення	Від -0.268 до 8.85 л (середнє ~0, ±0.1 у 81% сегментів)	81% сегментів у діапазоні від -0.1 до 0.1; 15% від -1 до -0.1 або від 0.1 до 1; 4% поза ±1.
Стандартне відхилення	Від 1.11 до 305.92 л (середнє ~30 л)	50% сегментів до 20 л; 40% у 20-50 л; 10% від 50 л.

Показник	Значення (діапазон з реальних сегментів)	Розподіл (відсоток сегментів, де зустрічається)
Мінімум	Від -447.85 до -1.45 л (медіана ~ -50 л)	
Максимум	Від 2.41 до 6023 л (медіана ~50 л)	
Асиметрія	Від -3.28 до 8.56 (середня ~ -0.3)	70% сегментів у -0.5 до 0.5; 20% до -0.5 (негативна); 10% від 0.5 (позитивна).
Куртозис	Від 1.53 до 91.27 (середній ~5)	70% сегментів від 3 (з викидами); 25% у 0-3; 5% до 0.
Тест Андерсона-Дарлінга (значення ймовірності)	Від 0.0005 до 0.057 (99% до 0.05)	99% сегментів до 0.05; 1% від 0.05.
Автокореляція (лаг 1)	Від 0.93 до 1.0 (середня 0.99)	95% сегментів від 0.9; 5% у 0.8-0.9.
Спектральний нахил	Від -3.43 до -1.79 (92% до -1.5)	92% сегментів до -1.5; 6% у -1.5 до -0.5; 2% від -0.5.
Ентропія	Від 4.16 до 7.71 (середня ~7.2)	
Тест Кватковського-Філліпса-Шмідта-Шина (значення ймовірності)	0.0005 (стабільно для всіх сегментів)	Однакове для всіх сегментів

Середнє значення шуму вказує на незначні зміщення у 81% сегментів, що свідчить про стабільність шуму після апроксимації (рис. 3).

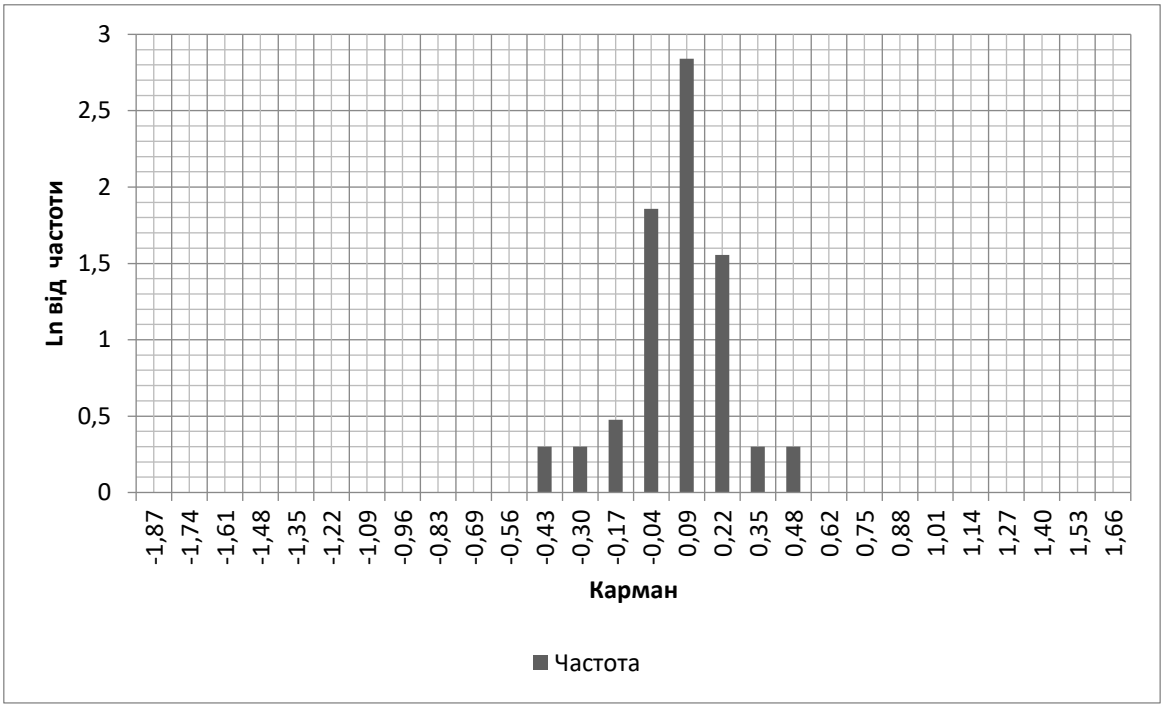

Рис. 3. Гістограмма розподілу середнього значення шуму

Рисунок 3 ілюструє гістограму розподілу середнього значення шуму (Mean) по сегментах. Вісь X: значення середнього (від -1.87 до 1.66, з кроком ~0.13); вісь Y: логарифмічна частота (від 0 до 3). Розподіл асиметричний, з піком біля 0 (частота ~3), що вказує на центрованість у більшості сегментів. "Хвости" в негативну сторону (до -1.87) свідчать про зміщення в сегментах з дрейфом; позитивні значення рідкісні. Це підтверджує, що шум загалом центрований, але з викидами в 19% сегментів.

Стандартне відхилення відображає значну варіативність, зумовлену умовами експлуатації, такими як вібрації, нерівності дороги чи зміни режиму руху. Асиметрія та куртозис демонструють суттєві відхилення від нормального розподілу, що підтверджується низькими значеннями p-value тестів Андерсона-Дарлінга та Ліллієфорса, підкреслюючи нестаціонарність шуму, яка ускладнює його обробку стандартними методами.

Тест KPSS (p-value 0.0005) відхиляє нульову гіпотезу про стаціонарність часового ряду, підтверджуючи нестаціонарність. Тест ADF (p-value від 0 до 0.95) у 4.5% випадків допускає стаціонарність, що може стосуватися сегментів із менш вираженою низькочастотною компонентою. Висока автокореляція (див. таблицю) вказує на сильну залежність між сусідніми значеннями, що є характерною рисою коричнево-подібного шуму.

Ентропія шуму відображає складність сигналу, з максимальними значеннями, які свідчать про хаотичну природу в сегментах із високою мінливістю. Спектральний нахил у 92% сегментів менший за -1.5, підтверджує домінування низькочастотного коричнево-подібного шуму. Гістограма частоти шуму, представлена нижче, ілюструє розподіл значень, підкреслюючи переваження шуму над викидами.

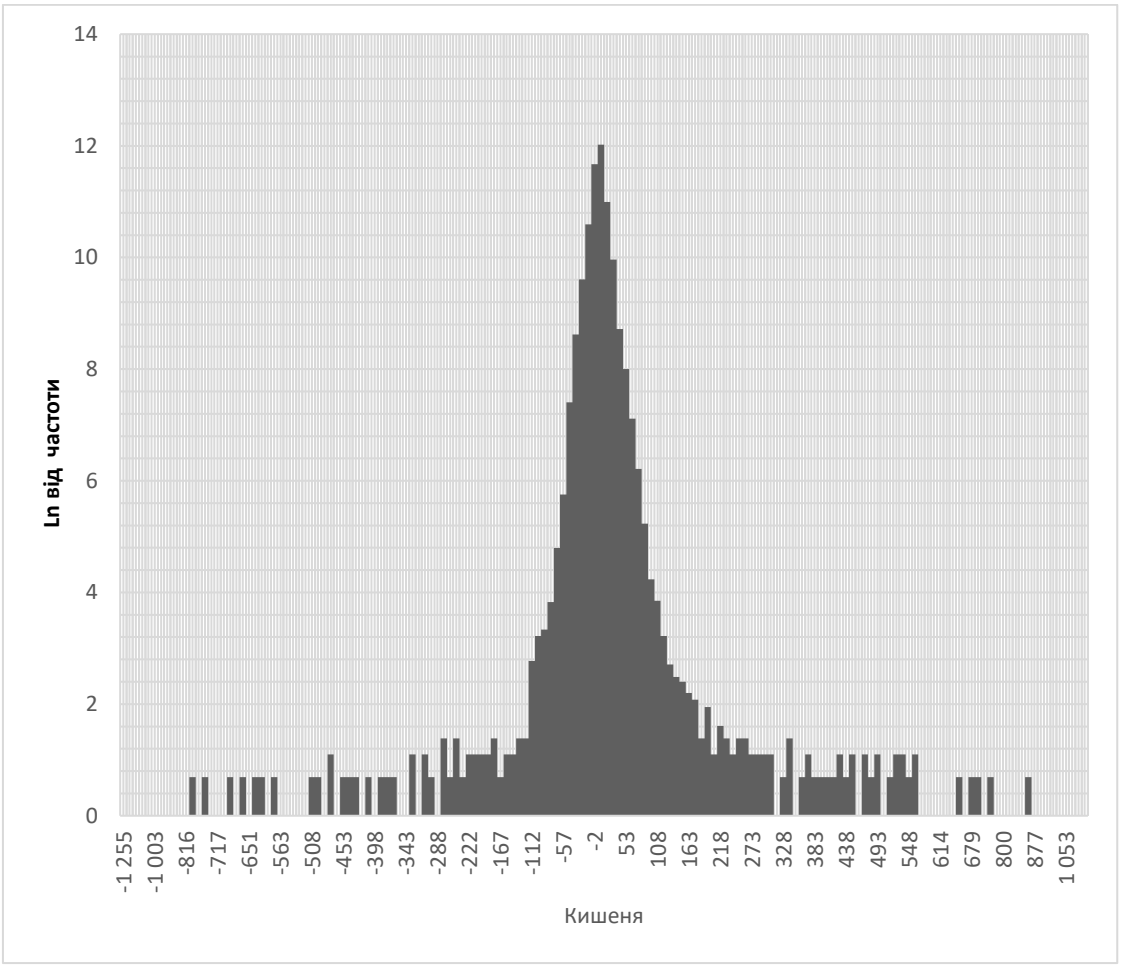

Рис. 4. Діаграма розподілу шума

Гістограма (рис. 4) демонструє розподіл частоти шуму, де переважна кількість значень зосереджена навколо одного піку, що вказує на домінацію шумів над викидами.

Тест Колмогорова-Смірнова показав, що у 98.33% сегментів p-value нижче 0.05, що підтверджує відхилення від нормального розподілу, узгоджуючись із результатами тесту Андерсона-Дарлінга. Цей відсоток розрахований на основі класифікації, де гауссівський шум становить лише 1.67% (таблиця 3), що відповідає сегментам з p-value > 0.05. Це підкреслює потребу в спеціалізованих методах обробки негауссових шумів.

Отримані дані свідчать, що шум у даних рівня палива має складну структуру з переважанням низькочастотних компонентів і високою автокореляцією. Це ускладнює обробку в реальному часі, але дає основу для вибору методів фільтрації, таких як високопрохідні фільтри, що ефективно усувають низькочастотні складові.

Наступним етапом аналізу було визначення ключових характеристик шуму для кожного сегмента даних. Результати узагальнено в таблиці нижче.

Таблиця 2.

Основні характеристики шуму за сегментами

Показник	Значення (агреговане з сегментів)	Розподіл (відсоток сегментів, де зустрічається)
Тип шуму	Переважно кольоровий (99.77%)	99.77% сегментів — кольоровий; 0.23% — білий.
Детальний тип шуму	Переважно коричнево-подібний (99.56%)	99.56% сегментів — коричнево-подібний; 0.21% — рожево-подібний; 0.23% — інші.
Середнє значення	Близьке до 0 (±0.1 у 81% сегментів)	81% сегментів у -0.1 до 0.1; 15% у -1 до -0.1 або 0.1 до 1; 4% поза ±1.
Стандартне відхилення	Від 2.281 до 52.168 (середнє ~25)	50% сегментів до 20 л; 40% у 20-50 л; 10% від 50 л.
Асиметрія	Близька до 0 (±0.5 у 70% сегментів)	70% сегментів у -0.5 до 0.5 (нейтральна); 20% до -0.5 (негативна); 10% від 0.5 (позитивна).
Ексцес (куртозис)	Часто від 3 (у 70% сегментів)	70% сегментів від 3 (з викидами); 25% у 0-3; 5% до 0.
Тест Андерсона-Дарлінга	Значення ймовірності до 0.05 (у 99% сегментів)	99% сегментів до 0.05; 1% від 0.05.
Автокореляція (лаг 1)	Висока (від 0.9 у 95% сегментів)	95% сегментів від 0.9; 5% у 0.8-0.9.

З таблиці видно, що в більшості сегментів шум є кольоровим, зокрема коричнево-подібним, із сильною автокореляцією і не стаціонарністю. Середнє значення шуму близьке до нуля, що відповідає шумам після лінійної апроксимації, але стандартне відхилення варіюється від 2.281 до 52.168 залежно від умов експлуатації.

Класифікація шуму

На основі аналізу характеристик шуму класифікація показала: білий шум становить лише 0,23% від загального обсягу, тоді як кольоровий шум домінує з часткою ≈99,77%, причому більшість із нього є коричнево-подібним (≈99.56%). Рожево-подібний шум (≈0.21%) може бути пов’язаний із складними умовами експлуатації.

На основі аналізу характеристик шуму проведено його класифікацію за статистичними ознаками. Результати показали, що гауссівський шум становить 1.67% від загального обсягу даних, що вказує на незначну частку розподілів, які відповідають нормальному розподілу (p-value тесту Колмогорова–Смірнова > 0.05). Дрейфовий шум домінує з часткою 94.33%, що відображає поступові зміни в сигналі, пов’язані з нестаціонарністю та накопиченням похибок. Імпульсний шум становить 4%, виявляючи рідкісні, але значні стрибки значень, які перевищують стандартне відхилення, що свідчить про наявність локальних аномалій. Така розподіленість підкреслює переважний вплив дрейфових компонентів, що потребує специфічних підходів до обробки даних.

Варіанти для усунення шуму

Усунення шуму необхідно для підвищення точності визначення рівня палива, враховуючи його переважно коричнево-подібний характер (низькочастотний, з високою автокореляцією), що вимагає адаптивних методів. В подальших дослідженнях планується розглянути деякі методи фільтрації, застосовні до всіх даних. Серед них такі варіанти:

- **Фільтр ковзного середнього:** Ефективний для згладжування низькочастотного шуму завдяки усередненню значення сигналу в ковзному вікні. Переваги: простота, низька обчислювальна складність. Недоліки: може згладжувати важливу інформацію.
- **Фільтр Калмана:** Оптимальний для нестаціонарних сигналів, використовуючи модель стану системи для мінімізації похибки. Переваги: адаптивність, висока точність. Недоліки: потребує налаштування параметрів (матриці коваріації).
- **Вейвлет-перетворення:** Розкладає сигнал на частотні компоненти для видалення низькочастотного шуму. Переваги: гнучкість для нестаціонарних даних. Недоліки: складність вибору параметрів [13].

Ці методи (фільтр ковзного середнього, фільтр Калмана і вейвлет-перетворення) можна об'єднувати в гібридні підходи, щоб покращити обробку шуму. Ефективність такого поєднання оцінюють, обчислюючи середньоквадратичну помилку після застосування фільтрації.

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

Дослідження шуму в даних вимірювання рівня палива транспортних засобів виявило, що переважна частка шуму (близько 99,56%) має коричнево-подібний характер, що підтверджується спектральним нахилом меншим за -1.5 та високою автокореляцією, яка перевищує 0.9 у більшості сегментів. Нестаціонарність шуму,

підтверджена тестами Кватковського-Філліпса-Шмідта-Шина та Ліллієфорса з низькими значеннями ймовірності (< 0.05), вказує на складність його обробки та необхідність адаптивних підходів. Дрейфовий шум становить приблизно 94%, що свідчить про поступові зміни в сигналі, тоді як гауссівський шум (близько 1,66%) може бути пов'язаний із аномаліями, а імпульсний шум (близько 4%) трапляється рідше.

Отримані результати підкреслюють потребу в подальших дослідженнях, спрямованих на аналіз ефективності різних методів обробки шуму, зокрема адаптивних алгоритмів, для підвищення точності моніторингу рівня палива.

References

[1]. Shannon, C. E. (1948). A Mathematical Theory of Communication. The Bell System Technical Journal, 27(3), 379–423.

[2]. Oppenheim, A. V., Schafer, R. W. (2009). Discrete-Time Signal Processing. 3rd edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. ISBN: 978-0-13-198842-2.

[3]. IVASHCHEV D., & GERASIMOV V. (2025). DATA SEGMENTATION ALGORITHM FOR VEHICLE FUEL LEVEL MEASUREMENTS. *MEASURING AND COMPUTING DEVICES IN TECHNOLOGICAL PROCESSES*, *82*(2), 419–425. https://doi.org/10.31891/2219-9365-2025-82-60

[4]. MathWorks Documentation. adtest: Anderson-Darling test [Electronic resource]. URL: https://www.mathworks.com/help/stats/adtest.html (дата звернення: 20.05.2025).

[5]. Kwiatkowski, D., Phillips, P. C. B., Schmidt, P., Shin, Y. (1992). Testing the Null Hypothesis of Stationarity against the Alternative of a Unit Root. Journal of Econometrics, 54(1-3), 159–178.

[6]. Kalman, R. E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. Journal of Basic Engineering, 82(1), 35–45.

[7]. Mallat, S. (1999). A Wavelet Tour of Signal Processing. San Diego, CA: Academic Press. ISBN: 978-0-12-466606-1.

[8]. MathWorks Documentation. kpsstest: Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin Test [Electronic resource]. URL: https://www.mathworks.com/help/econ/kpsstest.html (дата звернення: 20.05.2025).

[9]. Box, G. E. P., Jenkins, G. M. (1970). Time Series Analysis: Forecasting and Control. San Francisco, CA: Holden-Day. ISBN: 978-0-8162-1104-3.

[10]. Proakis, J. G., Manolakis, D. G. (1996). Digital Signal Processing: Principles, Algorithms, and Applications. 3rd edition. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall. ISBN: 978-0-13-373762-2.

[11]. Smith, S. W. (1997). The Scientist and Engineer's Guide to Digital Signal Processing. San Diego, CA: California Technical Publishing. ISBN: 978-0-9660176-3-2.

[12]. Van Trees, H. L. (1968). Detection, Estimation, and Modulation Theory, Part I. New York, NY: John Wiley & Sons. ISBN: 978-0-471-09417-3.

[13]. Donoho, D. L. (1995). De-Noising by Soft-Thresholding. IEEE Transactions on Information Theory, 41(3), 613–627.