

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2025-82-32>

УДК 681.324

КОПІЙКА Олег

Інститут прикладних систем управління Національної академії наук України

<https://orcid.org/0000-0003-0189-3915>

e-mail: okopiyka@gmail.com

БАРАБАШ Олег

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0003-1715-0761>

e-mail: bar64@ukr.net

КОВАЛЬ Олександр

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0003-0991-6405>

e-mail: avkovalgm@gmail.com

МАКАРЧУК Андрій

Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

<https://orcid.org/0000-0002-6422-7488>

e-mail: makarchukandriy1999@gmail.com

МЕТОД ОЦІНКИ ЛОКАЛЬНИХ ЕКСТРЕМУМІВ ЦИФРОВИХ СИГНАЛІВ, НА ОСНОВІ ІНТЕРПОЛЯЦІЙНИХ АНАЛОГІВ ОПЕРАТОРА ФЕЙЄРА

В ряді задач виникає необхідність у вирішенні задачі відшукування локальних екстремумів функції, що описує той чи інший процес чи явище, на певному проміжку значень аргументу. Особливо цікавою ця задача стає, коли цю задачу слід вирішувати в контексті обробки сигналів. Однак, як нерідко буває в обробці сигналів, досліджуваний сигнал може бути представлений у вигляді послідовності відліків або у вигляді функції, дуже складної для аналітичного відшукування її локальних екстремумів, що, як правило, ускладнює процес вирішення поставленої проблеми.

Досліджуючи існуючі методи оптимізації та обробки сигналів, можна зробити помітати, що одним з найпопулярніших методів вирішення описаної проблеми є табулювання функції, що описує сигнал, та аналіз отриманої послідовності відліків. Якщо ж сигнал вже представлений в цифровому вигляді, то пропонується обмежитися лише другим кроком. Однак, такий метод є ненадійним із-за високої залежності від розподілу та кількості відліків. Тому іноді пропонується використовувати наближення сигналів за допомогою інтерполяційних поліномів Лагранжа. Однак, і даний підхід є не надто надійним, оскільки інтерполяційні поліноми по типу інтерполяційних поліномів Лагранжа мають ряд особливостей математичного характеру, які можуть спричинити появу так званих фіктивних екстремумів, що може призвести до некоректних результатів.

Як альтернативу класичних інтерполяційних поліномів в таких випадках іноді пропонується використовувати підходи, основані на аналізі Фур'є. Одним із найбільш добре вивчених з точки хору наближення сигналів є так звані інтерполяційні аналоги операторів, породжених лінійними методами підсумовування рядів Фур'є. Як показують дослідження, деякі з таких інтерполяційних поліномів дозволяють наближати досліджувані сигнали з досить високою точністю, однак, досліджень щодо їх використання для відшукування локальних екстремумів функцій, що описують сигнал, проведено відносно мало. Тому цілком даної роботи є дослідження в даному ракурсі одного з найбільш давно відомих інтерполяційних аналогів операторів, породжених підсумовуванням рядів Фур'є, а саме інтерполяційних аналогів оператора Фейєра.

Ключові слова: інтерполяція, ряди Фур'є, підсумовування рядів Фур'є, оператори, оператор Фейєра, наближення, цифрова обробка сигналів, оптимізація, екстремуми, відшукування екстремумів.

КОПІКА Oleh

Institute of Applied Control Systems of the National Academy of Sciences of Ukraine

BARABASH Oleg, KOVAL Aleksandr, MAKARCHUK Andriy

National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute"

A METHOD FOR ESTIMATING LOCAL EXTREMA OF DIGITAL SIGNALS BASED ON INTERPOLATION ANALOGS OF THE FEJÉR OPERATOR

In a number of problems, it becomes necessary to find local extrema of a function that describes a certain process or phenomenon over a specific interval of its argument. This task becomes particularly relevant in the context of signal processing. However, as is often the case in signal processing, the analyzed signal may be presented either as a sequence of discrete samples or as a function that is too complex for analytical determination of its local extrema, which typically complicates solving the problem.

An overview of existing optimization and signal processing methods reveals that one of the most common approaches to solving this problem is to tabulate the function that represents the signal and analyze the resulting sequence of samples. If the signal is already presented in digital form, the process is usually limited to the second step. However, this method is unreliable due to its strong dependence on the sampling density and the number of samples. For this reason, signal approximation using Lagrange interpolation polynomials is sometimes suggested. Nevertheless, this approach also has limitations, as interpolation polynomials such as those of Lagrange type possess certain mathematical properties that may lead to the appearance of so-called fictitious extrema, potentially resulting in inaccurate conclusions.

As an alternative to classical interpolation polynomials in such cases, approaches based on Fourier analysis are sometimes proposed. One of the most well-studied tools in the context of signal approximation is the class of interpolation analogs of operators generated by linear summation methods of Fourier series. As shown by previous research, some of these interpolation polynomials

allow for high-accuracy signal approximation. However, their use in locating the local extrema of functions describing signals has received relatively little attention. Therefore, the aim of this work is to investigate this aspect using one of the oldest and most well-known interpolation analogs of operators generated by summation of Fourier series — namely, the interpolation analogs of the Fejér operator.

Keywords: interpolation, Fourier series, summation of Fourier series, operators, Fejér operator, approximation, digital signal processing, optimization, extrema, extrema localization.

Стаття надійшла до редакції / Received 04.04.2025

Прийнята до друку / Accepted 01.05.2025

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОК ІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

Обробка сигналів займає досить важливу роль в багатьох сферах людської діяльності, таких як телекомунікації, IoT тощо. В результаті цього в даному напрямку виник ряд задач, які вже стали класичними. Однією з таких задач стала задача наближення одновимірних сигналів за допомогою їх цифрових варіантів. Дану задачу можна вирішувати за допомогою інтерполяції [1-3]. Однак, особливий інтерес в даному ракурсі зараз викликає використання інтерполяційних аналогів операторів [4-6], породжених підсумовуванням рядів Фур'є, таких як оператор Діріхле [3]

$$S_n(x) = S_n(f, x) = \frac{1}{2\pi n} \int_0^{2\pi} f(t) \frac{\sin \frac{2n+1}{2}(t-x)}{\sin \frac{1}{2}(t-x)} dt, \quad (1)$$

оператор Фейєра [4]

$$\sigma_n(x) = \sigma_n(f, x) = \frac{1}{2\pi n} \int_0^{2\pi} f(t) \left(\frac{\sin \frac{2n+1}{2}(t-x)}{\sin \frac{1}{2}(t-x)} \right)^2 dt, \quad (2)$$

оператор Абеля-Пуассона [5, 6]

$$A(x) = A(f, x) = \frac{1}{2\pi n} \int_0^{2\pi} f(t) \frac{1-\rho^2}{1-2\rho \cos(t-x)+\rho^2} dt \quad (3)$$

та інші (під функцією $f(x)$ розуміється функція, яка описує сигнал). Однак, не менш цікавою є задача оцінки локальних екстремумів сигналу шляхом його попереднього наближення інтерполяційними аналогами операторів по типу (1)-(3). Як показує практика разом з рядом теоретичних досліджень, оператори типу (1) та (3) і, особливо, їх інтерполяційні аналоги мають ряд особливостей, до яких можна віднести такі як рівномірність наближення та диференційованість при значній частоті дискретизації сигналу, котрі вимагають окремого дослідження. Тому в ракурсі оцінки локальних екстремумів доцільно дослідити застосування інтерполяційних аналогів саме операторів (2), які мають вигляд

$$\tilde{\sigma}_n(x) = \tilde{\sigma}_n(f, x) = \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \left(\frac{\sin \frac{2n+1}{2}(x_k-x)}{\sin \frac{1}{2}(x_k-x)} \right)^2. \quad (4)$$

Як показують результати спостережень, коли здійснюється наближення сигналів за допомогою (4), досить цікаву поведінку має величина

$$U(x) = U(f, \tilde{P}_n, x) = |f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)|. \quad (5)$$

де $f(x)$ – функція, яка описує досліджуваний сигнал, а саме можна помітити, що величина (5) зростає при наближенні до локальних екстремумів функції $f(x)$. Другими словами, локальні максимуми (5) знаходяться в невеликому околі екстремумів $f(x)$, а при великій кількості відліків сигналу можуть з ними співпадати. В даній роботі на основі такого спостереження буде сформульований алгоритм оцінки локальних

екстремумів сигналу за умови, коли цей сигнал може бути описаним функцією $f(x)$, двічі неперервно диференційовною на проміжку $[0, 2\pi]$ (тобто $f(x) \in C^2([0, 2\pi])$).

АНАЛІЗ ОСТАННІХ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

Задачі, пов'язані з наближенням сигналів та оцінкою їх характеристик, відомі вже давно. Так, наприклад, в [2, 3, 7, 8] описано ряд методів обробки сигналів, таких як наближення функцій, що описують сигнали, аналіз частотного спектру, фільтрація тощо. Однак, як відомо, це далеко не весь спектр задач, з якими зараз доводиться працювати. Так, наприклад, в [9] розглядаються ще й задачі прогнозування значень дискретних сигналів, оцінка втрачених значень тощо. В [10], для прикладу, описане можливе використання сигналів при аналізі елементів агротехніки. В ряді робіт, як от в [11], описуються виключно технічні аспекти обробки сигналів. При більш детальному аналізі літератури можна помітити, що в джерелах по аналізу та обробці сигналів описуються якраз задачі по типу вище згаданих. Однак, хоч різноманітних досліджень, присвячених й математичним аспектам обробки сигналів, є доволі чимало [5, 6, 9, 12], задачу оцінки екстремальних значень сигналів в певному проміжку часу розглядають доволі рідко, а якщо й розглядають, то переважно в джерелах, що стосуються вже оптимізації. Тому логічним є питання про те, а як можна встановлювати точки, близькі до екстремальних, для досліджуваних сигналів.

ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Як відомо з математичного аналізу, локальний максимум в точці x^0 оператор (5) буде досягатися тоді, коли

$$\left. \frac{d}{dx} U(x) \right|_{x=x^0} = 0, \quad \left. \frac{d^2}{dx^2} U(x) \right|_{x=x^0} < 0. \quad (6)$$

На основі (6) введемо наступні множини чисел

$$\chi(\varphi) = \left\{ \hat{x} : \left. \frac{d}{dx} \varphi(x) \right|_{x=\hat{x}} = 0 \wedge \left. \frac{d^2}{dx^2} \varphi(x) \right|_{x=\hat{x}} < 0 \wedge \hat{x} \in [0, 2\pi] \right\}, \quad (7)$$

$$\xi(\varphi) = \left\{ \hat{x} : \left. \frac{d}{dx} \varphi(x) \right|_{x=\hat{x}} = 0 \wedge \hat{x} \in [0, 2\pi] \right\}. \quad (8)$$

Використовуючи (7)-(8), описане спостереження можна описати у вигляді наступного твердження.

Твердження 1. Має місце твердження

$$\exists A \subset \chi(U) \forall \alpha \in \xi(f) \exists \beta \in A : |\alpha - \beta| \leq \varepsilon^2, \quad (9)$$

де $\varepsilon^2 \rightarrow \infty$.

Дане твердження ми згодом перевіримо на конкретному прикладі. А зараз встановимо умови, при яких значення аргументу будуть задовольняти (6). Для початку розпишемо першу з умов (6).

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} U(f, \tilde{\sigma}_n(f, x), x) &= \frac{d}{dx} |f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)|, \\ \left(\frac{d}{dx} f(x) - \frac{d}{dx} \tilde{\sigma}_n(f, x) \right) \operatorname{sgn}(f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)) &= 0. \end{aligned} \quad (10)$$

Неважко побачити, що (10) виконується лише у випадку, коли

$$\frac{d}{dx} f(x) = \frac{d}{dx} \tilde{\sigma}_n(f, x) \quad (11)$$

або

$$f(x) = \tilde{\sigma}_n(f, x). \quad (12)$$

Проаналізуємо отримані рівняння. Рівняння (12), як можна помітити емпіричним шляхом, швидше за все, якщо й виконуватиметься, то виконуватиметься лише у вузлах інтерполяції (або, другими словами, у відліках сигналу). Тому дослідимо лише (11).

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} \tilde{\sigma}_n(f, x) &= \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{d}{dx} \left(\frac{\sin \frac{2n+1}{2}(x_k - x)}{\sin \frac{1}{2}(x_k - x)} \right)^2 = \\ &= \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{d}{dx} \frac{\sin(2n+1)(x - x_k) + 1}{\sin(x - x_k) + 1} = \\ &= \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(2n+1)(\sin(x - x_k) + 1) \cos(2n+1)(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} - \\ &\quad - \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x - x_k) + 1) \cos(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2}.\end{aligned}$$

Звідси матимемо, що

$$\begin{aligned}\frac{d}{dx} f(x) &= \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(2n+1)(\sin(x - x_k) + 1) \cos(2n+1)(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} - \\ &\quad - \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x - x_k) + 1) \cos(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2}.\end{aligned}\quad (13)$$

Оскільки нас цікавить випадок, коли похідна розглядуваної функції $f(x)$ рівна нулю, то (13) перепишеться наступним чином:

$$\begin{aligned}\frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(2n+1)(\sin(x - x_k) + 1) \cos(2n+1)(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} - \\ - \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x - x_k) + 1) \cos(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} = 0\end{aligned}$$

або, що те саме,

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(2n+1)(\sin(x - x_k) + 1) \cos(2n+1)(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} - \\ - \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x - x_k) + 1) \cos(x - x_k)}{(\sin(x - x_k) + 1)^2} = 0.\end{aligned}\quad (14)$$

Ми отримали рівняння, корені яких будуть значеннями аргументу x , підозрілими на екстремум. Тепер розпишемо другу умову (6).

$$\begin{aligned}\frac{d^2}{dx^2} U(x) &= \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} U(x) \right) = \\ &= \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} f(x) - \frac{d}{dx} \tilde{\sigma}_n(f, x) \right) \operatorname{sgn}(f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)) = \\ &= \left(\frac{d^2}{dx^2} f(x) - \frac{d^2}{dx^2} \tilde{\sigma}_n(f, x) \right) \operatorname{sgn}(f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)) < 0.\end{aligned}\quad (15)$$

Можна побачити, що (15) виконується лише тоді, коли

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} f(x) - \frac{d^2}{dx^2} \tilde{\sigma}_n(f, x) \right) (f(x) - \tilde{\sigma}_n(f, x)) < 0.\quad (16)$$

За допомогою (16) ми зразу ж можемо відкинути рівність (12). З другої сторони, розпишемо

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} \tilde{\sigma}_n(f, x) &= \frac{d}{dx} \left(\frac{d}{dx} \tilde{\sigma}_n(f, x) \right) = \\ &= \frac{1}{\pi(n+1)} \frac{d}{dx} \left(\sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(2n+1)(\sin(x-x_k)+1)\cos(2n+1)(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^2} - \right. \\ &\quad \left. - \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x-x_k)+1)\cos(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^2} \right) = \\ &= \frac{(2n+1)}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\cos 2(n+1)(x-x_k) - \sin(2n+1)(x-x_k))}{(\sin(x-x_k)+1)^2} - \\ &\quad - \frac{2(2n+1)}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(x-x_k)+1)^2 \cos(2n+1)(x-x_k) \cos(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^4} - \\ &\quad - \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{2n \cos(2n+1)(x-x_k) \cos(x-x_k) - \cos 2(n+1)(x-x_k) - \sin(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^2} + \\ &\quad + \frac{2}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x-x_k)+1) \cos^2(x-x_k) (\sin(x-x_k)+1)}{(\sin(x-x_k)+1)^4}. \end{aligned} \quad (17)$$

Таким чином, за допомогою (16)-(17) можна встановити, що

$$\begin{aligned} &\frac{(2n+1)}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\cos 2(n+1)(x-x_k) - \sin(2n+1)(x-x_k))}{(\sin(x-x_k)+1)^2} - \\ &\quad - \frac{2(2n+1)}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(x-x_k)+1)^2 \cos(2n+1)(x-x_k) \cos(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^4} - \\ &\quad - \frac{1}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{2n \cos(2n+1)(x-x_k) \cos(x-x_k) - \cos 2(n+1)(x-x_k) - \sin(x-x_k)}{(\sin(x-x_k)+1)^2} + \\ &\quad + \frac{2}{\pi(n+1)} \sum_{k=0}^n f(x_k) \frac{(\sin(2n+1)(x-x_k)+1) \cos^2(x-x_k) (\sin(x-x_k)+1)}{(\sin(x-x_k)+1)^4} \neq \frac{d^2}{dx^2} f(x). \end{aligned} \quad (18)$$

Тепер ми отримали спосіб знаходження значень аргументу функції $f(x) \in C^2([0, 2\pi])$, що описує сигнал, які є локальними екстремумами цієї функції або близькими до них. Цей спосіб можна сформулювати у вигляді наступного твердження.

Твердження 2. Значеннями, близькими до локального екстремуму, тобто такими, що задовольняють умову (9), є ті значення аргументу функції $f(x) \in C^2([0, 2\pi])$, що описує сигнал, що є коренями рівняння (14) та задовольняють умови (16) та (18).

Розглянемо використання твердження 2 на прикладі. Нехай є функція

$$f(x) = \Gamma(e^{\sin x}) - e^{\cos 3x} \sin 4x, x \in [0, 2\pi]. \quad (19)$$

Для початку запишемо умови, при яких в точці x будуть екстремуми. Для початку ми повинні прирівняти першу похідну до нуля:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} f(x) &= \frac{d}{dx} \left(\Gamma(e^{\sin x}) - e^{\cos 3x} \sin 4x \right) = \\ &= \Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \cos x + 3e^{\cos 3x} \sin 3x \sin 4x - 4e^{\cos 3x} \cos 4x = \\ &= \Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \cos x + e^{\cos 3x} (3 \sin 3x \sin 4x - 4 \cos 4x) = \\ &= \Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \cos x + e^{\cos 3x} \left(\frac{3}{4} \cos x - \frac{3}{4} \cos 7x - 4 \cos 4x \right) = 0. \end{aligned} \quad (20)$$

Далі необхідно, щоб ненульовою була друга похідна:

$$\begin{aligned} \frac{d^2}{dx^2} f(x) &= \frac{d}{dx} \left(\Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \cos x + e^{\cos 3x} \left(\frac{3}{4} \cos x - \frac{3}{4} \cos 7x - 4 \cos 4x \right) \right) = \\ &= \Gamma''(e^{\sin x}) e^{2\sin x} \cos^2 x + \Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \cos^2 x - \Gamma'(e^{\sin x}) e^{\sin x} \sin x - \\ &- 3e^{\cos 3x} \sin 3x \left(\frac{3}{4} \cos x - \frac{3}{4} \cos 7x - 4 \cos 4x \right) + e^{\cos 3x} \left(-\frac{3}{4} \sin x + \frac{21}{4} \sin 7x + 16 \sin 4x \right) = \\ &= e^{\sin x} \left(\left(\Gamma''(e^{\sin x}) e^{\sin x} + \Gamma'(e^{\sin x}) \right) \cos^2 x - \Gamma'(e^{\sin x}) \sin x \right) - \\ &- e^{\cos 3x} \left(\sin 3x \left(\frac{9}{4} \cos x - \frac{9}{4} \cos 7x - 12 \cos 4x \right) + \frac{3}{4} \sin x - \frac{21}{4} \sin 7x - 16 \sin 4x \right) \neq 0. \end{aligned} \quad (21)$$

Тепер знайдемо екстремуми функції (19) за чисельних методів з однієї сторони та за допомогою твердження 2 за умови 100 вузлів інтерполяції, найближчих до екстремумів, з другої. Для початку побудуємо графік функції (19) (рис. 1).

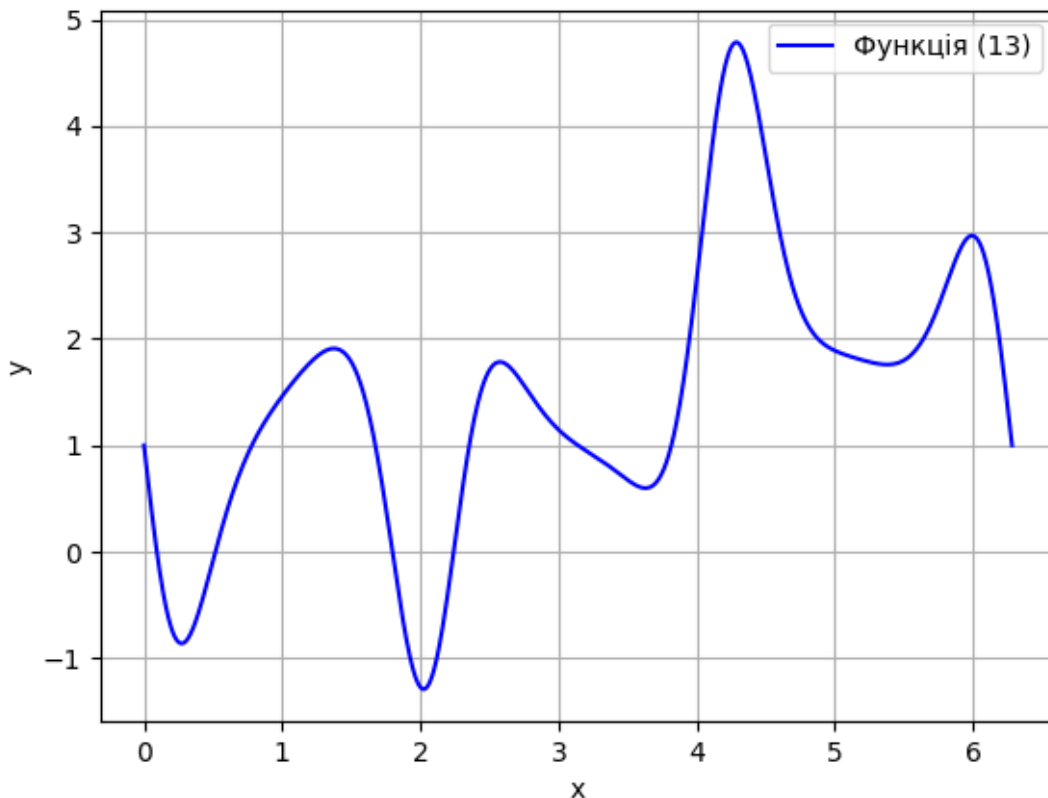


Рис. 1. Графік функції (19)

Як бачимо, функція (13) має 8 екстремумів. Порівняємо значення, які можна отримати при пошуку екстремумів класичними чисельними методами та шляхом перебору коренів рівняння (14).

Таблиця 1.

Порівняння значень екстремумів функції (19), отриманих відомими чисельними методами та твердження 2

Номер екстремума по близькості до початку координат	Реальне значення аргументу в екстремумі	Значення екстремума, обчислене шляхом вирішення рівняння (12)
1	0,3219	0,3219
2	1,37	1,37
3	2,0053	2,0053
4	2,6476	2,6496
5	3,5526	3,75
6	4,287	4,287
7	5,1561	5,151
8	5,94	5,94

Як видно з таблиці 1, якщо ми протабулюємо функцію (19) і відберемо для такі корені рівняння (14), які задовольняють умови (16) та (18), то ми можемо отримати значення аргументу, які дійсно достатньо близькі до екстремумів. Другими словами, ми дійсно можемо бачити виконання тверджень 1 та 2. Це означає, що для сигналів, що можна описати функціями $f(x) \in C^2([0, 2\pi])$, наведені твердження дійсно працюють.

ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ

І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

В роботі емпіричним шляхом досліджено можливості оцінки екстремумів функції, що описує сигнал, шляхом її наближення інтерполяційних аналогів оператора Фейєра (4). Емпіричні спостереження показують, що якщо сигнал можна описати функцією, двічі неперервно диференційовною на проміжку $[0, 2\pi]$, то цифровий сигнал можна не лише наблизити за допомогою (4), а ще й достатньо точно оцінити екстремальні його значення при достатній дискретизації сигналу. Шляхом математичних перетворень було показано, що це можна зробити за допомогою рівняння (14), а саме аналізуючи його корені. Як показав експеримент, аналізуючи корені рівняння (14), можна дійсно знайти значення аргументу, які достатньо близько знаходяться до екстремумів сигналу.

Отримані результати дозволяють вирішити ряд практично цінних задач, таких як аналіз сигналів [2-7], забезпечення функціональної стійкості багатомашинних систем [13-14] та багато інших [8, 10, 15, 16]. Окрім задач практичного характеру отримані результати спонукають й на більш фундаментальні дослідження в контексті обробки сигналів, зокрема дослідження складності алгоритмів [17], розробка нових чисельних алгоритмів [18] тощо.

Література

1. Hamming R. W. Numerical methods for scientists and engineers. 2nd ed. New York: Dover Publications, 1987. 752 p.
2. Schafer R., Rabiner L. A digital signal processing approach to interpolation. Proceedings of the IEEE. 1973. 61(6). P. 692–702.
3. Manolakis D., Proakis J. Digital signal processing: Principles, algorithms and applications. 3rd ed. New Jersey: Prentice-Hall International, 1996. 1032 p.
4. Hamming R. W. Digital filters. New Jersey: Prentice-Hall International, 1977. 224 p.
5. Makarchuk A., Kal'chuk I., Kharkevych Y., Kharkevych G. Application of trigonometric interpolation polynomials to signal processing. 2022 IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT 2022): Proceedings. 2022. P. 156–159.
6. Makarchuk A., Kal'chuk I., Kharkevych Y., Yakovleva A. The usage of interpolation polynomials in the studying of data transmission in networks. IEEE 2nd International Conference on System Analysis and Intelligent Computing (SAIC 2020). 2020. Art. no. 9239180.
7. Lyons R. G. Understanding digital signal processing. 2nd ed. New Jersey: Prentice-Hall International, 2004. 684 p.
8. Авдєєв В., Яновицький О., Ткачук В., Бойко Ю. Підвищення чутливості амплітудного методу пеленгації з БПЛА. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2024. № 1. С. 60–67.
9. Vaseghi S. V. Advanced digital signal processing and noise reduction. 3rd ed. Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2006. 479 p.

10. Зайцев Є., Березниченко В., Закусило С. Модель для аналізу стаціонарних складових сигналів з ємнісних сенсорів биття валів гідрогенераторів. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2024. № 4. С. 49–55.
11. Семенко А., Бойко Ю., Шпур О. Комплексна оптимізація телекомунікаційної системи на основі модифікованої ПВП Голда і RAKE-приймачів. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2024. № 3. С. 156–165.
12. Правдивий А. Метод виявлення сигналів засобів негласного отримання інформації на основі їх диференціальних перетворень та апроксимації. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2024. № 2. С. 185–194.
13. Pichkur V., Sobchuk V., Cherniy D., Ryzhov A. Functional stability of production processes as control problem of discrete systems with change of state vector dimension. Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physics and Mathematics. 2024. No. 1. P. 105–110.
14. Барабаш О., Копійка О., Макачук А. Динаміка зміни ймовірності зв'язності розподіленої інформаційної системи в часі з урахуванням випадкового впливу на елементи. Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. 2025. № 1. С. 79–85.
15. Kudriavtsev I. Numerical simulation of the waste separation process of a sunflower seed mixture in the liquidation chamber of an aerodynamic separator. Vibrations in Engineering and Technology. 2024. No. 2(113). P. 132–142.
16. Kiselyova O. M., Stroieva V. O., Stroieva H. V., Kosenko A. R. Numerical study of the problems of optimal resource allocation during an epidemic. Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling. 2021. Vol. 20. P. 74–81.
17. Hart L. L., Kamantsev A. S. Асимптотичний аналіз складності деяких алгоритмів наближення функції. Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling. 2021. Vol. 20. P. 31–44.
18. Solodky S. G., Stasyuk S. A. On optimization of numerical differentiation methods for bivariate functions. Український математичний журнал. 2022. Т. 74, № 2. С. 253–273.

References

1. Hamming, R. W. Numerical Methods for Scientists and Engineers (2nd ed.). New York: Dover Publications, 1987. 752 p.
2. Schafer, R., & Rabiner, L. "A Digital Signal Processing Approach to Interpolation." Proceedings of the IEEE, vol. 61, no. 6, 1973, pp. 692–702.
3. Manolakis, D., & Proakis, J. Digital Signal Processing: Principles, Algorithms and Applications (3rd ed.). New Jersey: Prentice-Hall International, 1996. 1032 p.
4. Hamming, R. W. Digital Filters. New Jersey: Prentice-Hall International, 1977. 224 p.
5. Makarchuk, A., Kal'chuk, I., Kharkevych, Y., & Kharkevych, G. "Application of Trigonometric Interpolation Polynomials to Signal Processing". In: Proceedings of the 2022 IEEE 4th International Conference on Advanced Trends in Information Theory (ATIT 2022), 2022, pp. 156–159.
6. Makarchuk, A., Kal'chuk, I., Kharkevych, Y., & Yakovleva, A. "The Usage of Interpolation Polynomials in the Studying of Data Transmission in Networks". In: 2020 IEEE 2nd International Conference on System Analysis and Intelligent Computing (SAIC 2020), 2020, Art. no. 9239180.
7. Lyons, R. G. Understanding Digital Signal Processing (2nd ed.). New Jersey: Prentice-Hall International, 2004. 684 p.
8. Avdiiev, V., Yanovytskyi, O., Tkachuk, V., & Boiko, J. "Improving the Sensitivity of the Amplitude Method of Direction Finding from UAVs". Measuring and Computing Devices in Technological Processes, no. 1, 2024, pp. 60–67.
9. Vaseghi, S. V. Advanced Digital Signal Processing and Noise Reduction (3rd ed.). Chichester: John Wiley & Sons Ltd., 2006. 479 p.
10. Zaitsev, Ye., Bereznichenko, V., & Zakusylo, S. "A Model for Analyzing Stationary Components of Signals from Capacitance Sensors of Shaft Beating in Hydrogenerators". Measuring and Computing Devices in Technological Processes, no. 4, 2024, pp. 49–55.
11. Semenکو, A., Boiko, J., & Shpur, O. "Comprehensive Optimization of a Telecommunication System Based on Modified Gold Codes and RAKE Receivers". Measuring and Computing Devices in Technological Processes, no. 3, 2024, pp. 156–165.
12. Pravdyvyi, A. "Method for Detecting Signals of Covert Information Acquisition Devices Based on Their Differential Transforms and Approximation". Measuring and Computing Devices in Technological Processes, no. 2, 2024, pp. 185–194.
13. Pichkur, V., Sobchuk, V., Cherniy, D., & Ryzhov, A. "Functional Stability of Production Processes as a Control Problem of Discrete Systems with Changing State Vector Dimension". Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Physics and Mathematics, no. 1, 2024, pp. 105–110.
14. Barabash, O., Kopyika, O., & Makarchuk, A. "Dynamics of Connectivity Probability in Distributed Information Systems Considering Random Effects on Components". Measuring and Computing Devices in Technological Processes, no. 1, 2025, pp. 79–85.
15. Kudriavtsev, I. "Numerical Simulation of the Waste Separation Process of a Sunflower Seed Mixture in the Liquidation Chamber of an Aerodynamic Separator". Vibrations in Engineering and Technology, no. 2(113), 2024, pp. 132–142.
16. Kiselyova, O. M., Stroieva, V. O., Stroieva, H. V., & Kosenko, A. R. "Numerical Study of the Problems of Optimal Resource Allocation During an Epidemic". Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling, vol. 20, 2021, pp. 74–81.
17. Hart, L. L., & Kamantsev, A. S. "Asymptotic Analysis of the Complexity of Some Function Approximation Algorithms". Problems of Applied Mathematics and Mathematical Modeling, vol. 20, 2021, pp. 31–44.
18. Solodky, S. G., & Stasyuk, S. A. "On Optimization of Numerical Differentiation Methods for Bivariate Functions". Ukrainian Mathematical Journal, vol. 74, no. 2, 2022, pp. 253–273.