

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2022-70-2-6>

УДК 519.6:001.5

Олексій ЗАВГОРОДНІЙ

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0003-2510-9160>

e-mail: alexey.z.2014@gmail.com

Дмитро ЛЕВКІН

Державний біотехнологічний університет

<https://orcid.org/0000-0002-1980-4426>

e-mail: dimailevkin23@gmail.com

Оксана ШТОНДА

Харківський національний педагогічний університет імені Г.С. Сковороди

<https://orcid.org/0000-0001-7601-487X>

e-mail: stonda.oksana@gmail.com

МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМ

В статті вирішується низка задач оптимального управління технічними системами, які містять джерела фізичного навантаження. Через те, що для моделювання і оптимізації технологічних процесів в зазначених системах використовують нелокальні крайові задачі з диференціальними рівняннями в часткових похідних, ці системи відносяться до систем з розподіленими параметрами. Розв'язок диференціальних рівнянь з таких задач існує лише за стандартної форми об'єкта дослідження, відсутності багатoshарової будови та, якщо не враховувати специфічні особливості процесу термічної дії. Для збільшення точності розрахунку і оптимізації технічних параметрів модельованих процесів потрібно розв'язати крайові задачі з некласичними диференціальними рівняннями. Використавши методи з теорії узагальнених функцій можливо обґрунтувати коректність зазначити крайових задач. Отже, потрібно визначити умови коректності крайових задач для конкретних видів диференціальних рівнянь. При оптимізації параметрів функції мети обґрунтування коректності зазначених крайових задач і прикладних оптимізаційних математичних моделей дозволить підвищити точність розрахунку і оптимізації параметрів модельованих систем.

Враховавши особливості процесу термічної дії на багатoshаровий матеріал, авторами побудована нелокальна крайова задача системи диференціальних рівнянь теплопровідності. Застосувавши методи з теорії узагальнених функцій, обґрунтована коректність крайової задачі в просторах узагальнених функцій степеневого зростання. Для доказу умов існування єдиного розв'язку, авторами перевірені умови обмеження на фундаментальну функцію розв'язків в зазначених просторах. Запропоновану в статті методику доцільно застосувати для розв'язання прикладних задач з розрахунку і оптимізації технічних, біотехнологічних, економічних і транспортних систем.

Ключові слова: управління, розрахунок, оптимізація, коректність, крайові задачі.

Olexiy ZAVGORODNIY, Dmytro LEVKIN

State Biotechnological University

Oksana SHTONDA

H.S. Scovoroda Kharkiv National Pedagogical University

METHODS OF TECHNICAL SYSTEMS PARAMETERS' CALCULATION

This article solves many problems of optimal management of technical systems that contain sources of physical activity. These systems are systems with distributed parameters because for modeling and optimization of technological processes these systems use non-local boundary value problems with differential equations in partial derivatives. The solution of differential equations for such problems exists only in the standard form of the object of study, in the absence of a multilayer structure and ignoring the specific features of the thermal action process. It is necessary to solve boundary value problems non-classical differential equations to increase the accuracy of calculations and optimization of technical parameters of simulated processes. It is possible to justify the correctness of the boundary value problems using methods from the theory of generalized functions. Therefore, it is necessary to determine the conditions for the correctness of boundary value problems for specific types of differential equations. The optimization of parameters of the function for the substantiation the correctness of boundary value problems and applied optimization mathematical models will allow increased accuracy of calculations and optimization of parameters of the modeled systems.

The authors constructed a nonlocal boundary value problem of the system of differential equations of thermal conductivity considering the peculiarities of the process of thermal action on a multilayer material. The correctness of the boundary value problem in the space of generalized functions of power growth is substantiated by applying methods from the theory of generalized functions. The authors tested the conditions of restriction on the fundamental function of solutions in these spaces to prove the conditions for the existence of a single solution. The method proposed in the article should be used to solve applied problems in the calculation and optimization of technical, biotechnological, economic, and transport systems.

Keywords: management, calculation, optimization, correctness, boundary value problems.

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Для розробки нових проектних рішень в наукових областях потрібно вдосконалити існуючі методи математичного моделювання систем з розподіленими параметрами. Це дозволить автоматизувати наукові

дослідження прикладних оптимізаційних моделей і дослідити ефективність їх реалізації. Через специфіку предметної області досліджень класичні математичні моделі і методи не завжди адекватно відображають сутність оптимізованих процесів. Тому, більш доцільно запропонувати математичні моделі і методи реалізації процесів розрахунку і оптимізації параметрів складних систем для конкретних задач. Це дозволить автоматизувати наукові дослідження прикладних оптимізаційних математичних моделей і підвищити ефективність застосування методів для їх реалізації.

Здійснивши аналіз методів для розв'язання багатовимірних, багатоекстремальних задач нелінійного математичного програмування, в статті запропонована методика з розрахунку управляючих параметрів багатопарових технічних систем, які містять джерела термічного навантаження. Авторами наведена та розв'язана нелокальна крайова задача системи диференціальних рівнянь теплопровідності, яка описує стан модельованого процесу. Застосувавши метод Шварца, доведена єдиність її розв'язку. Автори вважають, що доцільно використати запропоновану в статті методику для розрахунку управляючих параметрів технічних, біотехнологічних і економічних систем.

Аналіз досліджень та публікацій

В роботах [1–3] досліджена низка задач інженерного і технологічного проектування складних систем, які містять зосереджені дискретні джерела дії. Розроблені методи раціонального розбиття дискретно-неперервних точкових множин на підмножини [2, 3]. В публікації [4] вдосконалені математичні моделі і методи для оптимізації систем з розподіленими параметрами. Побудові математичних моделей і вдосконаленню існуючих методів для розрахунку і оптимізації процесу термічної дії на листовий метал задля збільшення ефективності розв'язання прикладних задач у металургії та машинобудуванні присвячені результати публікацій [5, 6]. Авторами публікації [7] вдосконалені існуючі математичні моделі і методи в частині врахування особливостей трибосистем для підвищення точності розрахунку коефіцієнту добротності. Математичне моделювання і оптимізація транспортних потоків сільськогосподарських культур здійснене в публікації [8]. Деякі аспекти підвищення ефективності виробничої діяльності сільськогосподарських підприємств розглянуті в публікаціях [9–11].

Формулювання цілей статті

Метою роботи є запропонувати методику розрахунку управляючих параметрів багатопарових систем, яка буде враховувати етап визначення умов коректності наведеної в статті крайової задачі з системи диференціальних рівнянь.

Виклад основного матеріалу

Наведемо методику розрахунку параметрів технологічних процесів термічної дії на багатопарові матеріали. В публікаціях [12–14] здійснений розрахунок і оптимізація багатьох систем з розподіленими параметрами. Результати цієї публікації можливо застосувати для вдосконалення методики прогнозування і контролю виробничих ризиків при функціонуванні складних систем.

Крайова задача технологічного процесу термічної дії на багатопаровий матеріал:

$$\begin{cases} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = k \left(\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} \right); \\ T(x, t_k - 0) = T(x, t_k + 0); \\ T(x, 0) + \gamma T(x, t_n) = \varphi(x), \end{cases} \quad (1)$$

де $T(x, t)$ – температура дії;

γ – дійсний коефіцієнт;

$\varphi(x)$ – узагальнена функція.

Подіємо перетворенням Фур'є на крайову задачу (1):

$$\begin{cases} \frac{\partial \tilde{T}(s,t)}{\partial t} = -ks^2 \tilde{T}(s,t); \\ \tilde{T}(s, t_k - 0) = \tilde{T}(s, t_k + 0); \\ \tilde{T}(s, 0) + \gamma \tilde{T}(s, t_n) = \tilde{\varphi}(s). \end{cases} \quad (2)$$

Для доказу умов коректності крайової задачі (1) дослідимо властивості фундаментальної функції:

$$Q(s, t) = \begin{cases} \exp\{-ts^2\} \Delta^{-1}(s); \\ \exp\left\{\left(t - \frac{t_n}{2}\right)(-2s^2)\right\} \Delta^{-1}(s) \exp\left\{-\frac{t_n s^2}{2}\right\}; \\ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ \exp\left\{\left(t - \frac{(n-1)t_n}{n}\right)(-ns^2)\right\} \Delta^{-1}(s) \exp\left\{-\frac{t_n s^2 (n-1)}{2}\right\}, \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{де } \Delta(s) = 1 + \gamma \exp\left\{\frac{-t_n s^2 (n+1)}{2}\right\}.$$

Потрібно, щоб $\Delta(s)$ не мала дійсних коренів. Розглянемо рівняння:

$$\Delta(s) = 1 + \gamma \exp\left\{\frac{-t_n s^2 (n+1)}{2}\right\} = 0. \quad (4)$$

Оскільки $\exp\left\{\frac{-t_n s^2 (n+1)}{2}\right\} > 0$, тоді рівняння (4) за умови, що $\gamma > 0$, не має дійсних розв'язків,

отже крайова задача (1) не коректна в просторі узагальнених функцій.

За умови, що $\gamma < 0$, рівняння (4) має дійсні розв'язки, отже крайова задача (1) некоректна в просторі узагальнених функцій.

Перевіримо, що функція $Q(s, t) = \exp\left\{\left(t - \frac{(k-1)t_n}{n}\right)(-ks^2)\right\} \Delta^{-1}(s) \exp\left\{-\frac{t_n s^2 k(1-k)}{2n}\right\}$ належить

простору нескінченно-диференційованих функцій. Потрібно, щоб $\Delta^{-1}(s) < 1$.

За умови, що $\gamma > 0$, $\Delta(s) = 1 + \gamma \exp\left\{\frac{-t_n s^2 (n+1)}{2}\right\} > 1$, отже $\Delta^{-1}(s) < 1$ і крайова задача (1) коректна.

За умови, що $\gamma < 0$, $\Delta(s) = 1 + \gamma \exp\left\{\frac{-t_n s^2 (n+1)}{2}\right\} < 1$, отже $\Delta^{-1}(s) > 1$, крайова задача (1)

некоректна.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У статті наведена формалізація задачі розрахунку температури дії на багатопарову технічну систему. Побудована та розв'язана крайова задача системи псевдодиференціальних рівнянь теплопровідності, яка описують стан модельованого процесу. Визначені та детально досліджені умови коректності, параболічності зазначеної крайової задачі в функціональних просторах. Аналіз особливостей фундаментальної функції розв'язку дозволить більш ефективно здійснити вибір методів для реалізації прикладних оптимізаційних математичних моделей пошуку оптимальних значень технічних параметрів.

Література

1. Стоян Ю.Г. Размещение источников физических полей. / Ю.Г. Стоян, В.П. Путятин. – К.: Наук. думка, 1981. – С. 59–87.
2. Стоян Ю.Г. Методы и алгоритмы размещения плоских геометрических объектов. / Ю.Г. Стоян, Н.И. Гиль. – К.: Наук. думка, 1976. – 247 с.
3. Садковий В.П. Рациональне розбиття множин при територіальному плануванні в сфері цивільного захисту. / В.П. Садковий, В.М. Комяк, О.М. Соболев. – Харків: УЦЗУ, 2008. – 174 с.
4. Mamtiyev K. Analysis of one class of optimal control problems for distributed-parameter systems. / K. Mamtiyev, T. Aliyeva, U. Rzaeva. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 5. No. 4 (113): Mathematics and Cybernetics applied aspects. – Pp. 26–33. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.241232>
5. Зайцев Є.П. Математичне моделювання двічі нелінійної задачі теплопровідності трансверсально-ізотропного термочутливого циліндра під впливом зонального високотемпературного теплообміну. / Зайцев Є.П. // Вчені записки Таврійського Національного Університету імені В.І. Вернадського. Серія: «Технічні науки». – Київ, 2021. – Т.32(71). №2. Ч. 1. – С. 31–38. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.2-1/07>
6. Скобло Т.С. Использование лазерных технологий для упрочнения и восстановления изделий из

сталей и сплавов. / Т.С. Скобло, А.Д. Мартыненко, В.А. Бантковский, А.А. Гончаренко, А.В. Сайчук, А.В. Тихонов, С.В. Лысенко. // Технический сервис агропромышленного, лесового та транспортного комплексів. – 2019. – № 15. – С. 142–162.

7. Vojtov V.A. Criteria for evaluation of tribus system practices and its communication with tribological characteristics. / V.A. Vojtov, A.SH. Bekirov, A.V. Voitov. // Problems of Tribology. – 2018. – Vol. 88. No. 2. – Pp. 35–42.

8. Vojtov V. Modeling of reliability of logistic systems of urban freight transportation taking into account street congestion. / V. Vojtov, O. Kutiya, N. Berezhnaja, M. Karnaukh, O. Bilyaeva. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – Vol. 4. No. 3. – Pp. 15–21. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.175064.

9. Fedicheva K. Controlling, monitoring and diagnostics in identifying effective management practices of agricultural enterprises. / K. Fedicheva, O. Kochetkov, S. Honcharenko, R. Levkina, M. Bichevin. // Agricultural and Resource Economics. – 2021. – Vol. 7. Issue. 2. – Pp. 200–218. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.31363610>.

10. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector. / I. Tytarchuk, Y. Nehoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rybina. // International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – Pp. 246–255.

11. Котко Я.М. Механізм управління розвитком підприємств-виробників продукції рослинництва. / Котко Я.М. // Український журнал прикладної економіки. – 2020. – Т. 5. №3. – С. 387–394. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2020-3-43>

12. Skoblo T.S. Influence of Stresses on Structural Changes in Gray Cast Iron. / T.S. Skoblo, O.I. Sidashenko, O.V. Saichuk, O.Y. Klochko, D.A. Levkin. // Materials Science. – 2020. – Vol. 56. Issue. 3. – Pp. 347–358.

13. Kravtsov A. Development of a rheological model of stress relaxation in the structure of an oil film on the friction surface with fullerene additives. / A. Kravtsov, A. Suska, A. Biekirov, D. Levkin. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 3. No. 7 (111): Applied mechanics. – Pp. 93–99. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235468>

14. Paliy A.P. Milking and udder health assesment in industrial farming. / A.P. Paliy, S.A. Mihalchenko, H.F. Chechui, A.P. Reshetnichenko, Y.E. Rozum, V.V. Bredychin, O.V. Bogomolov, S.A. Denicenکو, T.Y. Mitashkina, A.I. Sychoy, V.B. Savcenکو, D.A. Levkin, A.P. Paliy. // Ukrainian journal of Ecology. – Vol. 10. Issue. 2. – Pp. 375–381. [doi: 10.15421/2020_112](https://doi.org/10.15421/2020_112)

References

1. Stoyan Yu.G. Razmeschenie istochnikov fizicheskikh poley. / Yu.G. Stoyan, V.P. Putyatin. – Kyiv: Naukova dumka, 1981. – Pp. 59–87.

2. Stoyan Yu.G. Metody i algoritmy razmescheniya ploskikh geometricheskikh ob'ektov. / Yu.G. Stoyan, N.I. Gil. – Kyiv: Naukova dumka, 1976. – 247 p.

3. Sadkovyi V.P. Ratsionalne rozbyttya mnozhyn pry terytorialnomu planuvanni v sferi tsyvilnoho zakhystu. / V.P. Sadkovyi, V.M. Komiak, O.M. Sobol. – Kharkiv: UtsZU? 2008. – 174 p.

4. Mamtiyev K. Analysis of one class of optimal control problems for distributed-parameter systems. / K. Mamtiyev, T. Aliyeva, U. Rzaeva. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 5. No. 4 (113): Mathematics and Cybernetics applied aspects. – Pp. 26–33. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.241232>

5. Zaytsev E.P. Matematychno modelivannia dvichi nelineinoi zadachi teploprovodnosti transversalno-izotropnoho termochutlyvoho tsylindra pid vplyvom zonalnoho vysokotemperaturnoho teploobminu. / Zaytsev E.P. // Vcheni zapysky Tavriiskoho Natsionalnoho Universytetu imeni V.I. Vernadskoho. Seriya: «Tekhnichni nauky». – Kyiv, 2021. – Vol. 32(71). No. 2. Ch. 1 – Pp. 31–38. <https://doi.org/10.32838/2663-5941/2021.2-1/07>

6. Skoblo T.S. Ispolzovanie lazernykh tekhologiy dlya uprochneniya i vosstanovleniya izdeliy iz staley i splovov. / T.S. Skoblo, A.D. Martynenko, V.A. Bankovskiy, A.A. Goncharenko, A.V. Saychuk, A.V. Tihonov, S.V. Lyisenko. // Tekhnichnyi servis ahropromyslovoho, lisovoho ta transportnoho kompleksiv. – 2019. – No. 15. – Pp. 142–162.

7. Vojtov V.A. Criteria for evaluation of tribus system practices and its communication with tribological characteristics. / V.A. Vojtov, A.SH. Bekirov, A.V. Voitov. // Problems of Tribology. – 2018. – Vol. 88. No. 2. – Pp. 35–42.

8. Vojtov V. Modeling of reliability of logistic systems of urban freight transportation taking into account street congestion. / V. Vojtov, O. Kutiya, N. Berezhnaja, M. Karnaukh, O. Bilyaeva. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – Vol. 4. No. 3. – Pp. 15–21. DOI: 10.15587/1729-4061.2019.175064.

9. Fedicheva K. Controlling, monitoring and diagnostics in identifying effective management practices of agricultural enterprises. / K. Fedicheva, O. Kochetkov, S. Honcharenko, R. Levkina, M. Bichevin. // Agricultural and Resource Economics. – 2021. – Vol. 7. Issue. 2. – Pp. 200–218. <https://doi.org/10.22004/ag.econ.31363610>.

10. Tytarchuk I. Innovations financing in the agricultural sector. / I. Tytarchuk, Y. Nehoda, I. Shalyhina, N. Bazhanova, O. Horbachova, L. Rybina. // International Journal of Advanced Research in Engineering and Technology. – 2020. – Vol. 11. Issue. 4. – Pp. 246–255.

11. Котко Я.М. Механізм управління розвитком підприємств-виробників продукції рослинництва. / Котко Я.М. // Український журнал прикладної економіки. – 2020. – Т. 5. №3. – С. 387–394. <https://doi.org/10.36887/2415-8453-2020-3-43>

12. Skoblo T.S. Influence of Stresses on Structural Changes in Gray Cast Iron. / T.S. Skoblo, O.I. Sidashenko, O.V. Saichuk, O.Y. Klochko, D.A. Levkin. // Materials Science. – 2020. – Vol. 56. Issue. 3. – Pp. 347–358.

13. Kravtsov A. Development of a rheological model of stress relaxation in the structure of an oil film on the friction surface with fullerene additives. / A. Kravtsov, A. Suska, A. Biekirov, D. Levkin. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2021. – Vol. 3. No. 7 (111): Applied mechanics. – Pp. 93–99. <https://doi.org/10.15587/1729-4061.2021.235468>

14. Paliy A.P. Milking and udder health assesment in industrial farming. / A.P. Paliy, S.A. Mihalchenko, H.F. Chechui, A.P. Reshetnichenko, Y.E. Rozum, V.V. Bredychin, O.V. Bogomolov, S.A. Denicenکو, T.Y. Mitashkina, A.I. Sychoy, V.B. Savcenکو, D.A. Levkin, A.P. Paliy. // Ukrainian journal of Ecology. – Vol. 10. Issue. 2. – Pp. 375–381. [doi: 10.15421/2020_112](https://doi.org/10.15421/2020_112)