

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2024-80-25>

УДК 681.5:629.3

СЕМЕНИШЕН Андрій  
Хмельницький національний університет  
СОКОЛАН Юлія  
Хмельницький національний університет  
<https://orcid.org/0000-0002-0273-5719>  
[sokolan.julia@gmail.com](mailto:sokolan.julia@gmail.com)  
МАЙДАН Павло  
Хмельницький національний університет  
<https://orcid.org/0000-0003-3319-8730>  
[maidanps@gmail.com](mailto:maidanps@gmail.com)  
МАКАРИШКІН Денис  
Хмельницький національний університет  
<https://orcid.org/0000-0003-3447-811X>  
[makaryshkinde@khnmu.edu.ua](mailto:makaryshkinde@khnmu.edu.ua)

## РОЗРАХУНОК ПАРАМЕТРІВ ЦИФРОВОГО ДВІЙНИКА РОБОТА-МАНІПУЛЯТОРА PANDA ARM

В останні десятиліття спостерігається зростання ступеня автоматизації технологічних процесів шляхом впровадження роботизованого обладнання. Відповідно, зростають вимоги до точності функціонування такого обладнання. Одним із шляхів пришвидшення та більш точного забезпечення цих показників є інтеграція моделювання та подальшої симуляції роботи такого обладнання як невід'ємний елемент розробки роботизованого обладнання. Віртуальне тестування ефективності функціонування роботизованого обладнання виконується на основі розробки високоточних віртуальних моделей, складних за конфігурацією, які отримали назву цифрових двійників.

У роботі розглядається створення цифрового двійника робота-маніпулятора Panda Arm на етапі розрахунку траєкторії його руху із забезпеченням максимальної ефективності та мінімального енергоспоживання. Для розрахунку траєкторії руху використовувався метод параболічного змішування, який передбачає розподіл траєкторії на лінійні ділянки руху із нульовим прискоренням та фіксованою швидкістю та параболічні фази руху, яким характерні максимальне прискорення.

Також в роботі проведено аналіз математичної моделі оцінки енергоспоживання на основі перетворення Лагранжа та рекурсивного алгоритму Ньютона-Ейлера. Виокремлення зазначених математичних залежностей дозволить в подальшому при роботі із цифровим двійником виконувати функції робота-маніпулятора при мінімальному енергоспоживанні. При розрахунку енергоспоживання Panda Arm окрім основних характеристик також враховувались такі критичні умови роботи, як максимальна швидкість та прискорення, а також враховувався коефіцієнт корисної дії та втрати струму через опір двигуна.

Ключові слова: робот-маніпулятор, Panda Arm, віртуальний прототип, імітаційна модель, цифровий двійник, метод параболічного змішування, рекурсивний алгоритм Ньютона-Ейлера, перетворення Лагранжа.

SEMENYSHEN Andriy, SOKOLAN Iuliia, MAIDAN Pavlo, MAKARYSHKIN Denys  
Khmelnitskyi National University

## CALCULATION OF THE PARAMETERS OF THE DIGITAL TWIN OF THE PANDA ARM ROBOT MANIPULATOR

In recent decades, there has been an increase in the degree of automation of technological processes through the introduction of robotic equipment. Accordingly, the requirements for the accuracy of such equipment are increasing. One of the ways to accelerate and more accurately ensure these indicators is to integrate modeling and subsequent simulation of the operation of such equipment as an integral element of robotic equipment development. Virtual testing of the efficiency of robotic equipment is carried out on the basis of the development of high-precision virtual models, complex in configuration, which are called digital twins.

This paper considers the creation of a digital twin of the Panda Arm robot manipulator at the stage of calculating its motion trajectory to ensure maximum efficiency and minimum power consumption. To calculate the motion trajectory, the parabolic mixing method was used, which involves dividing the trajectory into linear motion sections with zero acceleration and fixed speed and parabolic motion phases characterized by maximum acceleration.

The paper also analyzes the mathematical model for estimating energy consumption based on the Lagrange transform and the recursive Newton-Euler algorithm. The isolation of these mathematical dependencies will allow further work with a digital twin to perform the functions of a robot manipulator with minimal power consumption. When calculating the power consumption of Panda Arm, in addition to the main characteristics, such critical operating conditions as maximum speed and acceleration were also taken into account, as well as the efficiency and current losses due to motor resistance.

Keywords: robotic manipulator, Panda Arm, virtual prototype, simulation model, digital twin, parabolic mixing method, recursive Newton-Euler algorithm, Lagrange transform.

## ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМИ У ЗАГАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ ТА ЇЇ ЗВ'ЯЗОКІЗ ВАЖЛИВИМИ НАУКОВИМИ ЧИ ПРАКТИЧНИМИ ЗАВДАННЯМИ

В останні десятиліття спостерігається зростання ступеня автоматизації технологічних процесів шляхом впровадження роботизованого обладнання. Відповідно, зростають вимоги до точності функціонування такого роботизованого обладнання, а також до таких його властивостей, як якість, дизайн, терміни виготовлення продукції, тощо.

Одним із шляхів пришвидшення та більш точного забезпечення цих показників є інтеграція моделювання та подальшої симуляції роботи такого обладнання як невід'ємний елемент розробки роботизованого обладнання [1]. Інструментом для тестування механічних конструктивних та електронних рішень роботизованого обладнання стала концепція віртуального введення роботів в експлуатацію шляхом створення їх віртуальних прототипів. Це дозволяє розробникам провести перевірку системи на дотримання в ній проектних специфікацій, а також розширює можливості у дослідженнях варіантів проєктування роботів.

Віртуальне тестування ефективності функціонування роботизованого обладнання виконується на основі розробки високоточних віртуальних моделей, складних за конфігурацією. Такі моделі отримали назву цифрових двійників. Вони представляють собою формальне цифрове представлення певної системи чи процесу, який здатен зафіксувати поведінку та функціональні властивості роботизованого обладнання [2, 3]. Умовно цифровий двійник можна розділити на три складові: віртуальну модель, фізичний продукт та дані, якими вони обмінюються.

Запровадження тенденції до використання цифрових двійників у технологічному процесі може призвести до зменшення витрат, скорочення загального часу випуску продукції, яка передбачається технологічним процесом, зменшення кількості можливих помилок в процесі експлуатації, більш детальну перевірку граничних значень роботи системи, тощо.

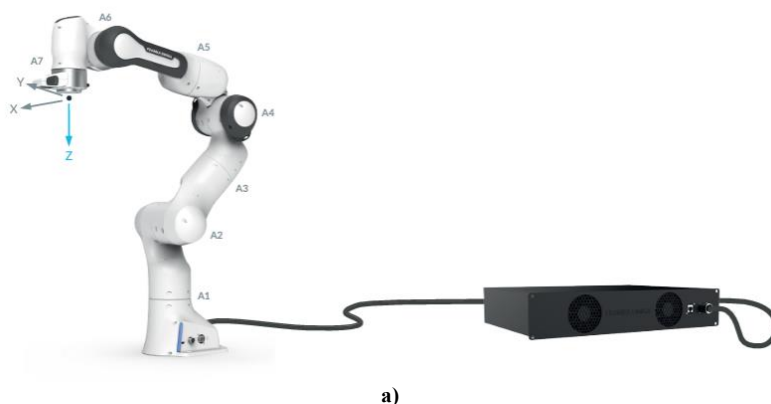
## АНАЛІЗ ДОСЛІДЖЕНЬ ТА ПУБЛІКАЦІЙ

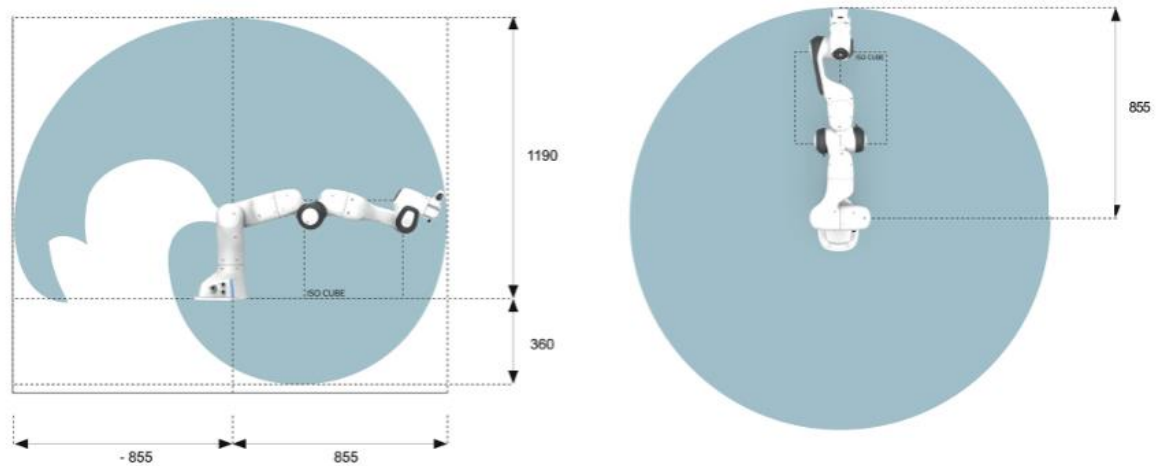
При створенні цифрових двійників та проєктування роботів-маніпуляторів існує ряд підходів, серед яких один із найбільш поширених – це створення імітаційної моделі. Такий метод передбачає створення певного сценарію розробки продукту, в який входить декілька послідовних кроків. Виконання цих кроків передбачається у V-подібній формі, тому в літературі достатньо часто можна зустріти поняття створення V-моделі системної інженерії. До цих кроків відносяться:

1. Проведення аналізу системних вимог.
2. Проведення безперервного аналізу та моделювання системи, що проєктується.
3. Спеціалізоване проєктування для заданої предметної області, наприклад, машинобудування.
4. Проведення інтерактивної перевірки системи, яка повинна при цьому забезпечувати всі властивості, виокремлені на першому етапі.
5. Власне введення системи в експлуатацію.

В загальному існує 5 класів віртуальних прототипів, до яких відносяться візуалізація, механічна підгонка, оцінка виробництва, аналіз людського фактору та тестування продуктивності і функціональності. Остання клас є ключовим при розробці будь-якого віртуального прототипу [4].

В роботі розглядається модель цифрового двійника робота-маніпулятора Panda Arm. Franka Emika Panda (рис. 1) -це робот-маніпулятор, який має 7 осей та працює на відстані до 850 мм із навантаженням до 3 кг. Технічні характеристики Panda Arm наведені у табл. 1. [5, 6].





б)  
Рис. 1. Робот-маніпулятор Panda Arm: а – зовнішній вигляд; б – робочий простір

Конструкція робота передбачає наявність семи вузлів, що обертаються. Крім того, в ньому наявно більше 100 датчиків, призначених для контролю та високої точності при вимірюванні сил та крутних моментів. Керування роботом передбачається через Robot Operating System (ROS) [7, 8].

### ФОРМУЛЮВАННЯ ЦІЛЕЙ СТАТТІ

**Метою роботи є:** розробка моделі цифрового двійника робота-маніпулятора Panda Arm на основі імітаційного моделювання.

### ВИКЛАД ОСНОВНОГО МАТЕРІАЛУ

Для створення моделі цифрового двійника Panda Arm в першу чергу необхідно розглянути його кінематичні параметри, до яких відносяться довжина ланки, навантаження, тощо. Динамічні параметри, такі як вага ланки або інерційні властивості, також несуть важливу інформацію. В рамках проведення дослідження кінематичні параметри обирались із технічних характеристик, зазначених у технічному паспорті робота-маніпулятора [6]. Динамічні параметри функціонування Panda Arm розглядались у роботі [9].

Таблиця 1.

**Технічні характеристики робота-маніпулятора Panda Arm [6]**

Характеристика	Значення
Вага	17,8 кг
Максимальна досяжність	855 мм
Ступені свободи	7
Очікуваний термін служби	20 000 годин
Навантаження	3 кг
Робоча відносна вологість повітря	20-80 %
Енергоспоживання	80 Вт
Робочі температури навколишнього середовища	Ідеальні: 15-25 °С; розширені: 5-45 °С
Енергоживлення	100-240 В
Відхилення траєкторії	<+/- 1.25 мм
Час виявлення зіткнення	<2 мс
Найгірший час реакції на зіткнення	<100 мс
Обмеження швидкості по вузлам	A1-A4: 150°/с; A5-A7: 180°/с
Повторюваність позиціонування (відповідно до ISO 9283)	<+/- 0.1 мм
Мінімальне контрольоване зусилля	0.05 Н

В якості середовища для оцінки функціональності Panda Arm було обрано Unity. Unity представляє собою програмне середовище із можливістю створення дво- та тривимірних симуляцій, а також він містить функціонал для доповненої та віртуальної реальності [10]. Вибір цієї платформи продиктований тим, що в ній підтримується фізика твердих тіл, тканин, стиснення структур, тощо. Імпортування Panda Arm в середовище було виконано за допомогою UrdImporter з ROS (рис. 2).

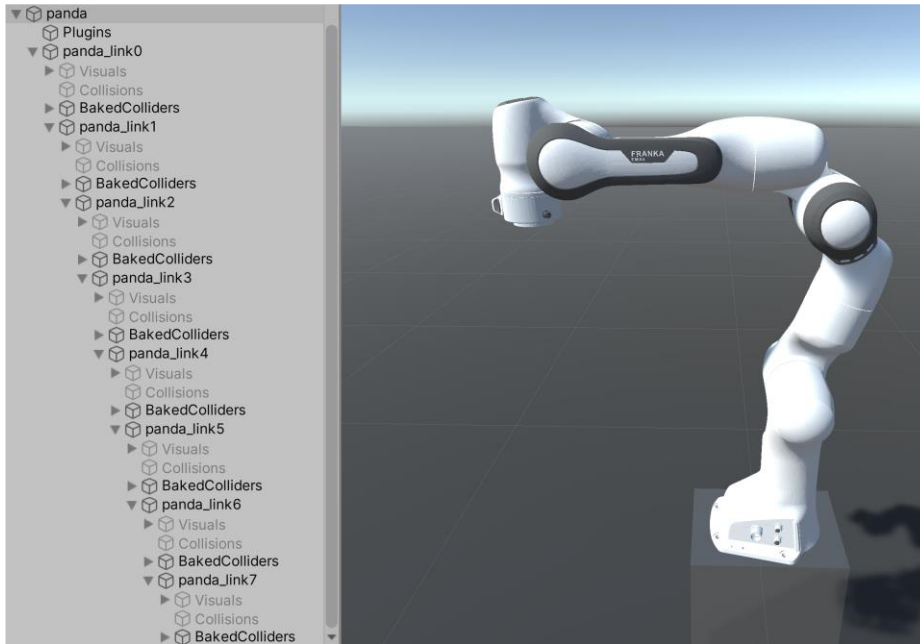


Рис. 2. Робот-маніпулятор Panda Arm в програмному середовищі Unity

Незалежно від сфери застосування робота-маніпулятора, основною його характеристикою в першу чергу виступає траєкторія руху. Траєкторії, в залежності від поставлених задач та вимог технологічного процесу, можуть мати різну складність, довжину, кривизну та інші параметри. Незалежно від перерахованих параметрів, точність повинна підтримуватись на високому рівні.

Для створення віртуальної моделі траєкторії руху робота-маніпулятора Panda Arm використовувався метод Кунца та Стілмана, який отримав назву методу параболічного змішування [11]. По своїй суті метод передбачає перетворення траєкторії руху робота на величину, параметризовану в часі. На рис. 3 показана ідея апроксимації прямої лінії траєкторії руху, яка з'єднує дві кінцеві точки, а з'єднання виконується параболічними функціями.

Точки початку та кінця траєкторії робота-маніпулятора позначаються  $q_i, i \in \{1 \dots n\}$ , де  $n$  – це загальна кількість конфігурацій на шляху. У випадку робота-маніпулятора Panda Arm, конфігурація представлена вектором, що складається із 7 елементів, які відповідають суглобам руху. З'єднання виконується прямими відрізками. Таким чином, траєкторія представляє собою функцію  $q$ , яка на певний момент часу відображає тривалість траєкторії  $t_j$ , тобто:

$$q: [0, t_f] \rightarrow C. \quad (1)$$

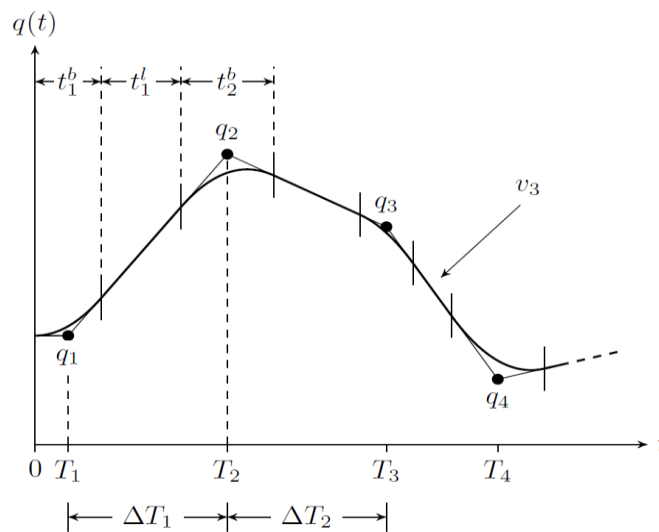


Рис. 3. Траєкторія руху за методом параболічного змішування [11]

Для траєкторії руху робота-маніпулятора застосовується два основних обмеження: обмеження на швидкість руху та прискорення протягом переміщення робота-маніпулятора по всій траєкторії та нульова швидкість в кінцевих точках траєкторії. Ці умови записуються у наступному вигляді:

$$\forall t: |q(t)| \leq v_{max} \wedge |\ddot{q}(t)| \leq a_{max}. \quad (2)$$

Траєкторія руху робота-маніпулятора складається з двох фаз, які є основними: з параболічної та лінійної, коли робот виконує рухи по прямому відрізьку. На лінійній фазі траєкторії прискорення нульове, а швидкість постійна. Вхід в параболічну фазу характеризується переходом в постійне прискорення, тобто спостерігається залежність від часу в квадратичному характері. Тобто, за час  $\Delta T_i$  Panda Arm виконує переміщення між точками  $q_i$  та  $q_{i+1}$ . Якщо відомі ці характеристики та швидкість руху робота-маніпулятора при його проходженні в лінійній фазі між точками є постійною величиною, то розрахунок швидкості можна представити у вигляді:

$$v_i = \frac{q_{i+1} - q_i}{\Delta T_i}. \quad (3)$$

При русі Panda Arm з такою швидкістю по лінійній траєкторії руху протягом всього періоду часу призведе до наявності швидкостей, що відрізняються одна від одної, на кожному переході з одного лінійного відрізьку на інший. В такому випадку, частини двох сусідніх траєкторій перетворюються на рух по параболі, якому характерне постійне прискорення. Розрахунок такого прискорення виконується за наступною формулою:

$$a_i = \frac{v_i - v_{i-1}}{t_i^b}. \quad (4)$$

Для врахування того, що дві параболічні фази траєкторії руху не накладатимуться одна на одну, використовується залежність:

$$t_{i+1}^b + t_i^b \leq 2\Delta T_i. \quad (5)$$

Ввівши такі параболічні фази змішування, робот-маніпулятор починає виконувати рухи по лінійній траєкторії за час  $T_i + \frac{t_i^b}{2}$  між точками  $q_i$  та  $q_{i+1}$ . На рис. 3 видно, що початок траєкторії руху не відповідає умові  $t = T_0$ , при чому кінець траєкторії також не відповідає умові  $t = T_n$ . Розрахунок загальної тривалості руху робота-маніпулятора по траєкторії від нульової точки до точки  $n$  виконується за формулою:

$$t_f = \frac{t_0^b}{2} + \sum_{i=1}^n \Delta T_i + \frac{t_n^b}{2}, \quad (6)$$

де  $\Delta T_i$  – час переміщення робота між двома точками, які не відповідають кінцевим точкам траєкторії, хв;

$t_0^b$  і  $t_n^b$  – час проходження траєкторії на першому та останньому лінійному відрізьку відповідно, хв;

$t_f$  – загальний час руху робота по траєкторії, хв.

В результаті розрахунок остаточної траєкторії руху робота-маніпулятора Panda Arm за методом параболічного змішування можна визначити за формулою:

$$q(t) = \begin{cases} q_i + \frac{1}{2} a_i \left( t - T_i + \frac{t_i^b}{2} \right)^2 + v_{i-1} (t - T_i), \\ \text{якщо } T_i - \frac{t_i^b}{2} \leq t \leq T_i + \frac{t_i^b}{2}, \quad i \in \{1 \dots n\}, \\ q_i + v_i (t - T_i), \\ \text{якщо } \frac{t_i^b}{2} + T_i \leq t \leq \frac{t_{i+1}^b}{2} + T_{i+1}, \quad i \in \{1 \dots n - 1\} \end{cases} \quad (7)$$

На основі формули 7 можна провести розрахунок траєкторії в тому випадку, якщо в цифровому двійнику робота-маніпулятора відомі часові проміжки точок та фаз. У випадку, якщо ці проміжки невідомі, за методикою Стілмана та Кунца [11] пропонується визначення цих значень за ітераційним підходом. Він передбачає вибір часових змінних таким чином, щоб на траєкторії робот-маніпулятор досягав максимальної швидкості руху. Такий розрахунок виконується наступним чином:

$$\Delta T_i = \max \frac{|q_{i+1}[j] - q_i[j]|}{v_{max}}, \quad (8)$$

де  $j$  – це номер вузла.

При такому виборі максимальних швидкостей руху суглобів Panda Arm враховується, що хоча б один із них буде рухатись із максимальною швидкістю. Також за наступною формулою виконується максимізація можливого прискорення робота-маніпулятора на траєкторії руху:

$$t_i^b = \max_{a_{max}} \frac{|v_{i+1}[j] - v_i[j]|}{a_{max}} \quad (9)$$

Після розрахунку за умови максимального прискорення та швидкості можна провести остаточний розрахунок траєкторії руху та застосовувати її в імітаційній моделі робота-маніпулятора Panda Arm.

Оцінка енергоспоживання Panda Arm для різних траєкторій руху проводиться базуючись на електричній потужності, що подається на кожен двигун. Загальне перетворення динаміки руху робота по розрахованій та змодельованій траєкторії можна отримати за допомогою перетворень Ньютона-Ейлера [12] та Лагранжа [13]:

$$\tau = M(q)\ddot{q} + g(q) + C(q, \dot{q})\dot{q} \quad (10)$$

де  $q$  – кутове положення Panda Arm;

$\dot{q}$  – швидкість руху Panda Arm;

$\ddot{q}$  – прискорення руху Panda Arm;

$\tau$  – крутний момент суглоба;

$g(q)$  – гравітаційна сила;

$M(q)$  – матриця мас у просторі;

$C(q, \dot{q})$  – діючі на робота відцентрові та коріолісові умови.

Оскільки значення прискорення та швидкості руху по ділянках траєкторії нам відомі наряду із координатами положення робота, то при моделюванні цифрового двійника можна провести визначення крутних моментів суглобів Panda Arm в будь-який момент часу його роботи. Цей підхід отримав назву рекурсивного алгоритму Ньютона-Ейлера (RNEA) [14, 15].

Необхідна для роботи двигуна Panda Arm електрична потужність  $P_{el}^j(t)$  на суглобі  $j$  обчислюється наступним чином:

$$P_{el}^j(t) = P_{loss}^j(t) + P_{motor}^j(t), \quad (12)$$

де  $P_{motor}^j(t)$  – це перетворювана в механічну енергію потужність двигуна;

$P_{loss}^j(t)$  – потужність, що втрачається через протікання струму двигуна  $I_{motor}^j(t)$  через клему із опором  $R_T$ . Ця величина розраховується за наступною формулою:

$$P_{loss}^j(t) = R_T \cdot I_{motor}^j(t)^2. \quad (13)$$

Механічна потужність, в свою чергу, отримується із наступної залежності:

$$P_{mech}^j(t) = \tau^j(t) \cdot \omega^j(t), \quad (14)$$

де  $\omega^j(t)$  – це кутова швидкість руху суглоба Panda Arm;

$\tau^j(t)$  – це крутний момент  $j$ -ого суглоба Panda Arm у момент часу  $t$ .

При розрахунку потужності двигуна, необхідного для генерування заданої механічної потужності за формулою 14, також необхідно враховувати швидкість двигуна та передаточний момент із врахуванням коефіцієнта корисної дії (ККД) редуктора та двигуна. Суглоб Panda Arm обертається із відомою швидкістю  $\omega^j(t)$ , яка, в свою чергу, пов'язана із частотою обертання двигуна наступним співвідношенням:

$$n_{motor}^j(t) = R \cdot \omega^j(t) \cdot \frac{60}{2\pi}. \quad (15)$$

ККД редуктора  $n_{gear}$  залежить від швидкості обертання двигуна, тобто зберігається залежність – чим більше обертів на хвилину, тим меншим буде ККД редуктора. Ця залежність показана на рис. 4 і становить:

$$n_{gear}(n_{motor} = 3000) = 0,58; n_{gear}(n_{motor} = 2000) = 0,63; \\ n_{gear}(n_{motor} = 1000) = 0,69; n_{gear}(n_{motor} \leq 500) = 0,75. \quad (16)$$

Слід враховувати, що можуть існувати два випадки, що відрізняються між собою. Перший відповідає стану, коли двигун перебуває у стані рекуперації, а другий – коли двигун перебуває у стані прискорення. Відповідно, використовуються дві наступні формули:

$$\tau_{motor}^j(t) = n_{gear} \cdot \frac{\tau^j(t)}{R} \cdot n_{motor} \quad (17)$$

$$\tau_{motor}^j(t) = \frac{1}{n_{motor} \cdot n_{gear}} \cdot \frac{\tau^j(t)}{R} \quad (18)$$

Тобто, розрахунок потужності двигуна можна представити у вигляді:

$$P_{motor}^j(t) = n_{motor}^j(t) \cdot 2\pi \cdot \tau_{motor}^j(t) \quad (19)$$

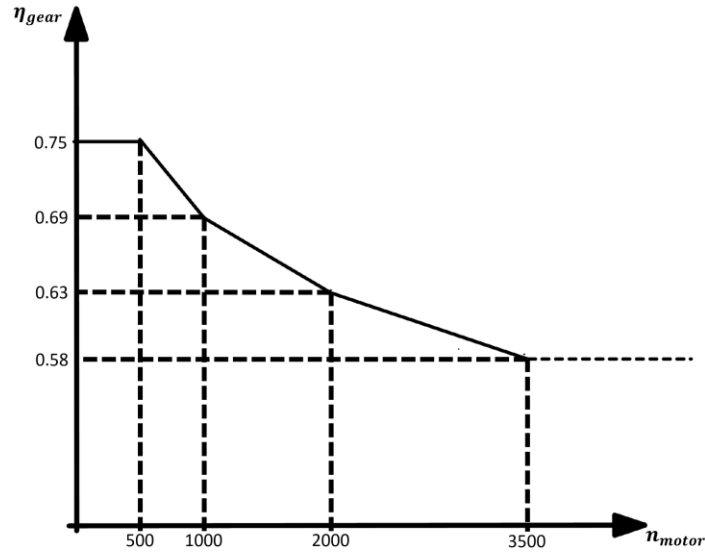


Рис. 4. Залежність між швидкістю обертання двигуна та ККД редуктора

При визначенні можливих втрат потужності необхідно в якості вхідних даних мати значення струму  $I_{motor}^j(t)$ , яке пропорційне крутному моменту. Крутний момент та струм двигуна можна пов'язати константами пропорційності, які за методом називають константами крутного моменту  $k_M$  [15]. У випадку Panda Arm ця константа рівна 0,134, звідки випливає:

$$\tau_{motor}^j(t) = k_M \cdot I_{motor}^j(t) \rightarrow I_{motor}^j(t) = \frac{\tau_{motor}^j(t)}{k_M} \quad (20)$$

де  $\tau_{motor}^j(t)$  – крутний момент двигуна Panda Arm;

$I_{motor}^j(t)$  – струм двигуна;

$k_M$  – константа крутного моменту.

На основі формул 12 та 20 стає можливим визначення загальної електричної потужності, що передаватиметься на двигун Panda Arm:

$$P_{el}^j(t) = P_{loss}^j(t) + P_{motor}^j(t) = R_T \cdot I_{motor}^{j^2}(t) + P_{motor}^j(t) \quad (21)$$

### ВИСНОВКИ З ДАНОГО ДОСЛІДЖЕННЯ І ПЕРСПЕКТИВИ ПОДАЛЬШИХ РОЗВІДОК У ДАНОМУ НАПРЯМІ

В роботі розглядається процес створення цифрового двійника робота-маніпулятора Panda Arm на основі його кінематичних та динамічних параметрів. Моделювання роботи робота-маніпулятора передбачає розрахунок траєкторії руху за заданими умовами.

Для розрахунку траєкторії руху було обрано метод параболічного змішування, при якому траєкторія представляє собою поєднання лінійної та параболічної фази руху. В розрахунку траєкторії було враховано можливість руху Panda Arm із максимальною швидкістю та прискоренням на певних ділянках траєкторії з метою збільшення ефективності та швидкості виконання технологічного процесу роботом-маніпулятором Panda Arm.

Крім того, в роботі проведена оцінка ефективності енергоспоживання робота-маніпулятора Panda Arm за розрахованою траєкторією руху. Для такої оцінки використовувались перетворення Ньютона-Ейлера та Лагранжа.

Проведені дослідження та виокремлення математичних залежностей функціонування робота Panda Arm дозволить в подальшому провести більш детальне моделювання його роботи із передбаченням

більшості можливих проблем, які можуть виникнути, таких як, наприклад, зіткнення конструктивних частин робота із іншими предметами.

### Література

1. Хорольський В.П. Мехатроніка (мехатроніка та інтелектуальна автоматика): навчальний посібник / В.П. Хорольський, Ю.М. Коренець. – Кривий Ріг: ДонНУЕТ, 2023. – 342 с.
2. Стефанюк О. Аналіз концепції цифрових двійників / О. Стефанюк, О.В. Маціук // VI Міжнародна студентська науково - технічна конференція "ПРИРОДНИЧІ ТА ГУМАНІТАРНІ НАУКИ. АКТУАЛЬНІ ПИТАННЯ". – 2023. - с. 179-180
3. Цифрові двійники для промислового застосування. [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [https://atep.kpi.ua/wp-content/uploads/2021/12/iic\\_digital\\_twins\\_industrial\\_apps\\_white\\_paper\\_2020-02-18-ukr.pdf](https://atep.kpi.ua/wp-content/uploads/2021/12/iic_digital_twins_industrial_apps_white_paper_2020-02-18-ukr.pdf)
4. Zorriassatine F. A survey of virtual prototyping techniques for mechanical product development / F. Zorriassatine, C. Wykes, R. Parkin, N. Gindy // Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part B: Journal of engineering manufacture. – 2003. - vol. 217, no. 4. – p. 513-530
5. Franka Emika Panda Arm. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://robodk.com/robot/ru/Franka/Emika-Panda>
6. Data Sheet Robot Arm & Control. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://pkj-robotics.dk/wp-content/uploads/2020/09/Franka-Emika\\_Brochure\\_EN\\_April20\\_PKJ.pdf](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://pkj-robotics.dk/wp-content/uploads/2020/09/Franka-Emika_Brochure_EN_April20_PKJ.pdf)
7. Створення роботів за допомогою ROS (Robot Operating System). [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://dou.ua/lenta/articles/robots-in-containers/>
8. Quigley M. Programming Robots with ROS: A Practical Introduction to the Robot Operating System / M. Quigley, B. Gerkey, W.D. Smart – O'Reilly, 2015. – 448 с.
9. Gaz C. Dynamic identification of the Franka Emika Panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization / C. Gaz, M. Cognetti, A. Oliva, P. Robuffo Giordano, A. De Luca // IEEE Robotics and Automation Letters. - vol. 4, no. 4. – 2019. – с. 4147-4154
10. Unity at 10: For better – or worse – game development has never been easier. [Електронний ресурс]. - Режим доступу: <https://arstechnica.com/gaming/2016/09/unity-at-10-for-better-or-worse-game-development-has-never-been-easier/>
11. Kunz. Turning paths into trajectories using parabolic blends / T. Kunz, M. Stilman. - Georgia Institute of Technology. – 2011. -213 p.
12. Задачин В.М. Чисельні методи : навчальний посібник / В. М. Задачин, І. Г. Конюшенко. – Х. : Вид. ХНЕУ ім. С. Кузнеця, 2014. – 180 с.
13. Карбованець М.І. Теоретична механіка. Частина I. Метод Лагранжа: навчальний посібник / М.І. Карбованець, В.Ю. Лазур, Є.А. Нодь. – Ужгород: Видавництво УжНУ «Говерла», 2019. – 82 с.
14. Featherstone R. Inverse dynamics — the recursive Newton-Euler method / R. Featherstone // Robot Dynamics Algorithms. - Boston, MA: Springer US. – 1987. – pp. 65-77
15. Ang. M.H. Encyclopedia of Robotics / M.H. Ang, O. Khatib, B. Siciliano. – Living reference work. – 2020. – 623 p.

### References

1. Khorolskyi V.P. Mechatronics (mechatronics and intelligent automation): a textbook / V.P. Khorolskyi, Y.M. Korenets - Kryvyi Rih: DonNUET, 2023. - 342 p.
2. Stefaniuk O. Analysis of the concept of digital twins / O. Stefaniuk, O. Matsiuk // VI International Student Scientific and Technical Conference "NATURAL AND HUMANITIES. ACTUAL ISSUES." - 2023. - с. 179-180
3. Digital twins for industrial applications. [Electronic resource]. – Access mode: [https://atep.kpi.ua/wp-content/uploads/2021/12/iic\\_digital\\_twins\\_industrial\\_apps\\_white\\_paper\\_2020-02-18-ukr.pdf](https://atep.kpi.ua/wp-content/uploads/2021/12/iic_digital_twins_industrial_apps_white_paper_2020-02-18-ukr.pdf).
4. Zorriassatine F. A survey of virtual prototyping techniques for mechanical product development / F. Zorriassatine, C. Wykes, R. Parkin, N. Gindy // Proceedings of the institution of mechanical engineers, Part B: Journal of engineering manufacture. – 2003. - vol. 217, no. 4. – p. 513-530
5. Franka Emika Panda Arm. [Electronic resource]. - Режим доступу: <https://robodk.com/robot/ru/Franka/Emika-Panda>
6. Data Sheet Robot Arm & Control. [Electronic resource]. - Режим доступу: [chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://pkj-robotics.dk/wp-content/uploads/2020/09/Franka-Emika\\_Brochure\\_EN\\_April20\\_PKJ.pdf](chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://pkj-robotics.dk/wp-content/uploads/2020/09/Franka-Emika_Brochure_EN_April20_PKJ.pdf)
7. Creating robots using ROS (Robot Operating System). [Electronic resource]. - Access mode: <https://dou.ua/lenta/articles/robots-in-containers/>.
8. Quigley M. Programming Robots with ROS: A Practical Introduction to the Robot Operating System / M. Quigley, B. Gerkey, W.D. Smart – O'Reilly, 2015. – 448 p.
9. Gaz C. Dynamic identification of the Franka Emika Panda robot with retrieval of feasible parameters using penalty-based optimization / C. Gaz, M. Cognetti, A. Oliva, P. Robuffo Giordano, A. De Luca // IEEE Robotics and Automation Letters. - vol. 4, no. 4. – 2019. – p. 4147-4154
10. Unity at 10: For better – or worse – game development has never been easier. [Electronic resource]. - Access mode: <https://arstechnica.com/gaming/2016/09/unity-at-10-for-better-or-worse-game-development-has-never-been-easier/>
11. Kunz. Turning paths into trajectories using parabolic blends / T. Kunz, M. Stilman. - Georgia Institute of Technology. – 2011. - 213 p.
12. Zadachyn V.M. Numerical methods: a textbook / V.M. Zadachyn, I.G. Koniushenko - Kh.
13. Karbovanets M.I. Theoretical mechanics. Part I. Lagrange's method: a textbook / M.I. Karbovanets, V.Y. Lazur, E.A. Nod - Uzhhorod: UzhNU Publishing House "Hoverla", 2019. - 82 p.
14. Featherstone R. Inverse dynamics — the recursive Newton-Euler method / R. Featherstone // Robot Dynamics Algorithms. - Boston, MA: Springer US. – 1987. – pp. 65-77
15. Ang. M.H. Encyclopedia of Robotics / M.H. Ang, O. Khatib, B. Siciliano. – Living reference work. – 2020. – 623 p.