

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-76-36>

УДК 621.392, 519.22

БАЛАНЮК Юрій

Національний авіаційний університет

<https://orcid.org/0000-0003-3036-5804>

e-mail: y.balanyuk@nqa.gov.ua

ДУДНИК Владислав

Національний авіаційний університет

<https://orcid.org/0000-0002-7848-8267>

e-mail: yb.dudnik@gmail.com

ПРОЦЕДУРА СИНТЕЗУ СТЕРЖНЕВИХ РОЗПОДІЛЕНИХ СТРУКТУР У ПЛОЩИНІ ДВОХ ЧАСТОТНИХ ЗМІННИХ

Здійснено узагальнення теореми Річардса на додатно дійсну функцію (ДДФ) двох комплексних частотних змінних. Показано, що додатно дійсну функцію двох комплексних частотних змінних можна реалізувати у вигляді одиничного елемента, навантаженого на опір, що описується ДДФ порядку не більше вихідної ДДФ. Показано, що реактансна функція степеня n двох частотних змінних реалізується каскадним з'єднанням n симетричних одиничних елементів, короткозамкнених або розімкнених на дальньому кінці. Отримані співвідношення дозволяють синтезувати кола на основі неоднорідних ліній передачі. Наведено приклади синтезу кіл із заданим вхідним опором.

Ключові слова: чотириполюсник, матриця передачі, матриця розсіювання, хвильовий опір, провідність, кола Річардса, одиничний елемент.

BALANYUK Yuriy, DUDNYK Vladyslav

National Aviation University

PROCEDURE FOR THE SYNTHESIS OF ROD DISTRIBUTED STRUCTURES IN THE PLANE OF TWO FREQUENCY VARIABLES

The generalization of Richards' theorem to the positive real function (PRF) of two complex frequency variables is carried out. It is shown that the positive real function of two complex frequency variables can be implemented in the form of a unit element loaded on a resistance described by the PRF of the order no larger than the original PRF. It is shown that the reactance function of power n of two frequency variables is implemented by a cascade connection of n symmetrical single elements, short-circuited or open-circuited at the far end. The obtained ratios allow synthesizing circuits based on heterogeneous transmission lines. Examples of the synthesis of circuits with a given input resistance are given. When designing microwave circles, segments of long lines with the same electrical length, but with different wave impedances (Richards circles) are used. The disadvantages of such circles include the periodicity of the amplitude-frequency characteristics (AFC) and the need to implement lines with very low or very high characteristic impedance, which in some cases is difficult or impossible. One of the ways to eliminate these shortcomings is to use long lines with a characteristic impedance that varies along their length (non-uniform lines (NL)). By choosing the characteristic impedance of the NL, you can change the electrical characteristics of the transmission line: input impedance, complex transmission coefficient under real and complex loads, increase the operating frequency range of various distributed devices (resonators, filters, matching circuits, frequency tuning ranges, etc.). Current tasks in this direction are the research of various types of NL for the development of filtration circles with more advanced characteristics in contrast to existing analogues. The purpose of this work is to determine a procedure for identifying unit elements using arbitrary quadripoles for complex frequency variables.

Key words: quadrupole, transmission matrix, scattering matrix, wave impedance, conductivity, Richards circles, single element.

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

При проектуванні кіл НВЧ використовуються відрізки довгих ліній з однаковою електричною довжиною, але з різними хвильовими опорами (кола Річардса) [1-7]. До недоліків таких кіл слід віднести періодичність амплітудно-частотних характеристик (АЧХ) та необхідність реалізації ліній з дуже малим або дуже великим хвильовим опором, що у ряді випадків важко чи неможливо. Одним із шляхів усунення зазначених недоліків є використання довгих ліній зі змінним по довжині хвильовим опором (неоднорідних ліній (НЛ)). Вибором хвильового опору НЛ можна змінювати електричні характеристики лінії передачі: вхідний опір, комплексний коефіцієнт передачі при дійсних та комплексних навантаженнях, збільшити робочу частотну область різних розподілених пристроїв (резонаторів, фільтрів, кіл узгодження, частотних діапазонів перебудови тощо). Актуальними задачами в цьому напрямку є дослідження різноманітних типів НЛ для розробки кіл фільтрації з більш досконалими характеристиками на противагу до існуючих аналогів.

Метою цієї роботи є визначення процедури виділення одиничних елементів у вигляді довільних чотириполюсників із ДДФ двох комплексних частотних змінних.

Аналіз досліджень та публікацій

З аналізу публікацій, присвячених проектуванню пристроїв на основі багатоступінчастих ліній передачі [6-11] випливає, що перехід до кіл Річардса здійснюється заміною комплексного частотної змінної (p) зосередженого LC кола до нової частотної змінної $\lambda = thpt$, де t - час затримки однорідної лінії (одиночного елемента (ОЕ)). В цьому випадку індуктивність L реалізується короткозамкнутим ОЕ з хвильовим опором W , причому $L = W$. Ємність C реалізується розімкненим ОЕ з хвильовим опором W . При цьому $C = 1/W$.

Проте процедура використання кіл Річардса не є універсальною, оскільки не існує аналітичних виразів для хвильових опорів багатоступінчастих резонаторів фільтруючих систем, коли кількість сходинок буде більше шести [1]. Не досліджувалося завдання оптимізації перепадів хвильових опорів, необхідних для технічної реалізації. Очевидно, що ширшими можливостями при реалізації частотних характеристик володіють кола з ОЕ у вигляді неоднорідних ліній або кола, що містять як розподілені, так і зосереджені елементи. Однак і у цьому випадку виникає проблема побудови кола, що фізично реалізується.

Основний матеріал

Розглянемо довільний чотириполюсник, який характеризується матрицею передачі $[A]$. Чотириполюсник з'єднаний з іншими колами відрізками однорідних ліній з хвильовими опорами W_{01} і W_{02} . Проаналізуємо властивості симетричного одиночного елемента. Позначаючи для компактності запису $W_{01} = W_{02} = W$ згідно [10] отримуємо матрицю передачі симетричного одиночного елемента:

$$[A]_c = \frac{1}{\sqrt{1-S_1S_2}} \begin{bmatrix} 1 & WS_2 \\ S_1/W & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

де S_1, S_2 – комплексні частотні змінні: $S_1 = W/Z_{11}$, $S_2 = W/Y_{11}$. Елементи Z_{11}, Y_{11} є елементами матриць опорів і провідностей.

Таким чином, матриці провідностей і опорів $[Y]_c$ і $[Z]_c$ мають вигляд:

$$[Y]_c = \frac{1}{wS_2} \begin{bmatrix} 1 & -\sqrt{1-S_1S_2} \\ -\sqrt{1-S_1S_2} & 1 \end{bmatrix}; [Z]_c = \frac{w}{S_1} \begin{bmatrix} 1 & \sqrt{1-S_1S_2} \\ \sqrt{1-S_1S_2} & 1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Аналіз формул (2) показує, що не всі імітанси кіл з симетричних НЛ є дійсними функціями двох частотних змінних. В особливих точках двовимірного комплексного простору, пов'язаних умовою $S_1S_2 = 1$, [10] справедливі такі рівності:

$$S_1 = 1, S_2 = 1; S_1 = -1, S_2 = -1. \quad (3)$$

У цих випадках, як показує аналіз співвідношень (2) симетричний одиничний елемент перетворюється в два розв'язаних двополюсника і виявляється ізольованим від кола, до якого приєднаний (рис. 1).

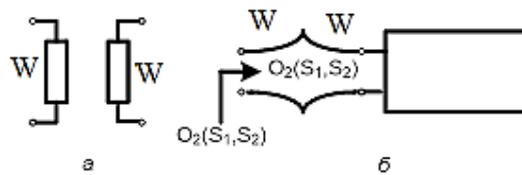


Рис.1. Еквівалентна схема чотириполюсника в особливих точках а) і перший етап синтезу складного кола б)

При $S_1 = 1, S_2 = 1$ опір кожного двополюсника дорівнює хвильовому опору лінії на її початку. Отже, одиничний елемент можна отримати з кола, в яке він входить. Іншими словами, існує однозначна процедура синтезу кіл з відрізка неоднорідної лінії (НЛ). Така математична процедура має сенс, якщо забезпечується її збіжність і, крім того, операція отримання чергового одиночного елемента з кола призводить до додатньої дійсної функції (д. д. ф) двох частотних змінних.

Нехай $Z_1(S_1, S_2)$ – д. д. ф. двох частотних змінних. Тоді математична операція вилучення з кола симетричного одиночного елемента призводить до нової д. д. ф., степінь якої на одиницю менше степеня $Z_1(S_1, S_2)$. Для доказу цього твердження, яке є основним у синтезі кіл з НЛ, розглянемо перший крок процедури синтезу, що представлений на рис. 1, б). Інші етапи аналогічні. Скориставшись залежністю (1), запишемо вхідний опір кола в наступному вигляді:

$$Z_1(S_1, S_2) = W \frac{Z_2(S_1, S_2) + W S_2}{Z_1 Z_2(S_1, S_2) + W} \quad (4)$$

В особливій точці двовимірного комплексного простору виконуються умови $S_1 = 1$, $S_2 = 1$. Тоді з формули (4) випливає, що $Z_1(1,1) = W$. Скориставшись умовою (4), отримуємо

$$Z_2(S_1, S_2) = Z_1(1,1) \frac{Z_1(S_1, S_2) + S_2 Z_1(1,1)}{Z_1(1,1) - S_1 Z_1(S_1, S_2)}$$

Для доказу того, що $Z_2(S_1, S_2)$ є д. д. ф., розглянемо коефіцієнт відбиття

$$\Gamma_2 = [Z_2(S_1, S_2)/Z_1(1,1) - 1]/[Z_2(S_1, S_2)/Z_1(1,1) + 1] \quad (5)$$

який з урахуванням залежності (5) запишемо

$$\Gamma_2 = [Q_1(1 + S_2)]/[Q_2(1 - S_2)], \quad (6)$$

$$Q_1 = \frac{Z_1(S_1, S_2)(1+S_2)}{Z_1(1,1)(1+S_2)} - 1; \quad Q_2 = \frac{Z_1(S_1, S_2)(1-S_2)}{Z_1(1,1)(1-S_2)} + 1. \quad (7)$$

Відомо, що модуль аналітичної функції багатьох комплексних змінних приймає максимальне значення на межі області аналітичності. Тому на підставі співвідношень (6) і (7) отримуємо

$$|\Gamma_2| = \frac{|Q_1|}{|Q_2|} \left| \frac{1+S_2}{1-S_2} \right|. \quad (8)$$

Нехай R_1 , - деяка додатня дійсна константа. Тоді при $Re S_1 = 0$, $Re S_2 = 0$ справедливі такі рівності:

$$Z_1(S_1, S_2) = R_1; \quad \left| \frac{1+S_2}{1-S_2} \right| = 1. \quad (9)$$

З огляду на залежності (7) і (9), знаходимо

$$|Q_1| = \frac{1}{Z_1(1,1)(1+\Omega_2^2)} \{ [R_1(1 + \Omega_1\Omega_2) - Z_1(1,1)(1 + \Omega_2^2)]^2 + R_1^2(\Omega_1 - \Omega_2)^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (10)$$

$$|Q_2| = \frac{1}{Z_1(1,1)(1+\Omega_2^2)} \{ [R_1(1 + \Omega_1\Omega_2) + Z_1(1,1)(1 + \Omega_2^2)]^2 + R_1^2(\Omega_1 - \Omega_2)^2 \}^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

У формулах (10) і (11) змінні Ω_1 та Ω_2 визначені з умов $S_1 = \Sigma_1 + j\Omega_1$, $S_2 = \Sigma_2 + j\Omega_2$. Порівняння залежностей (10) і (11) показує, що в будь-якому випадку $|Q_1| \leq |Q_2|$. Тоді на підставі формул (8) і (9) приходимо до висновку, що $|\Gamma_2| \leq 1$ при $Re S_1 = 0$, $Re S_2 = 0$, а значить, і всюди, де $Re S_1 > 0$, $Re S_2 > 0$. Умову $|\Gamma_2| \leq 1$ можна зробити більш жорсткою, якщо врахувати, що випадок $|\Gamma_2| = 1$ можливий лише при $Z_1(1,1) = 0$ тобто тоді, коли $Z_x = 0$. Це твердження випливає з формул (10) і (11). Але варіант, коли $Z_x = 0$, не має практичної цінності, оскільки в цьому випадку провідники лінії замикаються один на одного або ширина провідників стає нескінченно великою. Оскільки модуль коефіцієнта відбиття не перевищує одиниці, то можна стверджувати, що $Z_2(S_1, S_2)$ є п. д. ф., якщо такою є $Z_1(S_1, S_2)$. Отже, $Z_2(S_1, S_2)$ відповідає фізично реалізованому колу. Для збіжності процедури синтезу необхідно, щоб після вилучення одиничного елемента степінь функції кола знижувалася: $deg Z_2(S_1, S_2) < deg Z_1(S_1, S_2)$. Скористаємося формулою (5) і зауважимо, що при $S_1 = 1$, $S_2 = 1$ її права частина стає невизначеною, оскільки чисельник і знаменник дорівнюють нулю. Аналогічна ситуація має місце і при $S_1 = -1$, $S_2 = -1$. Щоб переконатися в цьому, достатньо у формулі (5) врахувати умову $Z_1(1,1) = -Z_1(-1, -1)$, яка виходить із співвідношення (4). А це еквівалентно твердженню, що $S_1 S_2 = 1$.

Отже, чисельник і знаменник залежності (5) містять множник $1 - S_1 S_2$, який можна скоротити. В результаті цієї операції $deg Z_2(S_1, S_2) = deg Z_1(S_1, S_2) - 1$ і забезпечується збіжність процедури синтезу. Цілком зрозуміло, що для доказу досить обмежитися вилученням першого одиничного елемента, оскільки для всіх наступних застосовна та ж процедура аж до моменту, коли всі вони будуть вилучені з кола.

На підставі формули (1) можна отримати матрицю розсіювання симетричного одиничного елемента:

$$[S]_c = \frac{1}{s_1 + s_2 + 2} \begin{bmatrix} s_2 - s_1 & 2\sqrt{1 - s_1 s_2} \\ 2\sqrt{1 - s_1 s_2} & s_2 - s_1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Неважно переконатися в тому, що матриця (12) є унітарною. Таким чином, незалежно від наявності або відсутності втрат в симетричному одиничному елементі, його матриця розсіювання в масштабі перетворених частот має властивості, що відповідають нерозсіювальній пасивній структурі. Але тоді приходимо до висновку, що реактансна функція степеня n двох частотних змінних реалізується каскадним з'єднанням n симетричних одиничних елементів, короткозамкнених або розімкнених на дальньому кінці. Дійсно, n раз виконана процедура вилучення симетричних одиничних елементів призводить до того, що всі вони будуть виведені з кола. Причому після вилучення чергового одиничного елемента порядок функції кола знижується на одиницю. Таким чином, якщо коло містить n елементів, то через n кроків всі вони будуть вилучені з кола аж до короткозамкненого або розімкненого відрізка.

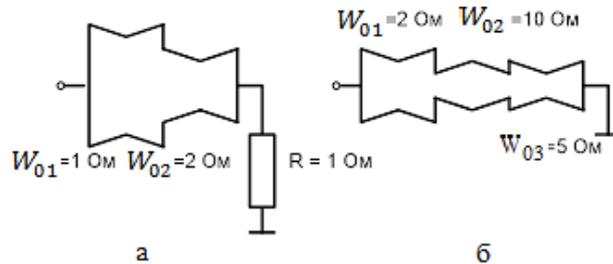


Рис. 2. Структура провідників навантаженого а) і короткозамкненого б) синтезованих стержневих кіл

Приклад 1. Потрібно синтезувати коло, вхідний опір якого описується наступною функцією:

$$Z_1(s_1, s_2) = (0,5s_1s_2 + 3s_2 + 1)/(2s_1s_2 + 1,5s_1 + 1) \quad (13)$$

З формули (13) знаходимо хвильовий опір лінії в перерізі $x = 0$: $W_{01} = Z_1(1,1) = 1$ Ом. Скориставшись залежністю (5), знаходимо редуковану функцію:

$$Z_2(s_1, s_2) = \frac{(1 - s_1s_2) + 2s_2(1 - s_1s_2)}{(1 - s_1s_2) + 0,5s_1(1 - s_1s_2)} = \frac{1 + 2s_2}{1 + 0,5s_1}$$

Хвильовий опір на початку другого одиничного елемента $W_{02} = O_2(1,1) = 2$ Ом. На підставі умови (1) приходимо до висновку, що функції $Z_2(s_1, s_2)$ відповідає вхідний опір одиничного елемента, що навантажений на опір $R = 1$ Ом. Синтезоване коло представлено на рис. 2, а).

Приклад 2. Потрібно синтезувати коло, вхідний опір якого описується наступною функцією:

$$Z_1(s_1, s_2) = (s_2^3 + 7s_2 + 10s_1)/(0,5s_2^2 + 5s_1^2 + 2,5s_1s_2 + 1)$$

Хвильовий опір на початку першого симетричного одиничного елемента $W_{01} = Z_1(1,1) = 2$ Ом. Вилучимо з кола КДЛ

$$Z_2(s_1, s_2) = (10s_2 + 20s_1)/(s_2^2 + 2).$$

Хвильовий опір на початку другого одиничного елемента $W_{02} = Z_2(1,1) = 10$ Ом. Вилучимо з кола ДКЛ. Для цього достатньо у формулі (5) виконати заміну s_2 на s_1 . Тоді отримаємо

$$Z_3(s_1, s_2) = \frac{100s_2(1 - s_1s_2)}{20(1 - s_1s_2)} = 5s_2.$$

Вхідний опір Z_3 відповідає короткозамкненим КДЛ з хвильовим опором на початку $W_{03} = Z_3(1) = 5$ Ом. Синтезоване коло представлено на рис. 2 б).

При конструюванні кіл з відрізків ліній передачі використовують поняття інвертора імітансу. Виконаємо операції, що дозволяють виділити інвертор з симетричного одиничного елемента. Для цього представимо матрицю (1) у вигляді співмножників

$$[A]_c = [A]_1[A]_2[A]_3[A]_4[A]_1; \quad (14)$$

$$[A]_c = [A]_6[A]_4[A]_3[A]_2[A]_6. \quad (15)$$

При цьому виконуються наступні умови:

$$[A]_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_1 & 1 \end{bmatrix}, [A]_2 = \begin{bmatrix} a_2 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}, [A]_3 = \begin{bmatrix} 0 & jZ_x \\ j/Z_x & 0 \end{bmatrix},$$

$$[A]_4 = \begin{bmatrix} d_2 & 0 \\ 0 & a_2 \end{bmatrix}, [A]_6 = \begin{bmatrix} 1 & Z_x/S_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$c_1 = 1/(Z_x S_2), a_2 = \sqrt{-jS_2/\lambda}, d_2 = 1/\sqrt{-jS_2/\lambda}, \lambda = \sqrt{1 - S_1 S_2}.$$

Чотириполюснику з матрицею $[A]_3$ відповідає інвертор[7].

Тепер розглянемо методику синтезу фільтруючих кіл з антисиметричних неоднорідних ліній (НЛ). Для цього розглянемо властивості антисиметричного одиничного елемента. У даному випадку отримуємо наступну матрицю опору антисиметричного елемента:

$$[Z]_a = \frac{1}{\sqrt{S_1 S_2}} \begin{bmatrix} Z_{x01} \sqrt{S_2/S_1} & \sqrt{Z_{x01} Z_{x02} (1 - S_1 S_2)} \\ \sqrt{Z_{x01} Z_{x02} (1 - S_1 S_2)} & Z_{x02} \sqrt{S_1/S_2} \end{bmatrix} \quad (16)$$

Аналіз формули (16) показує, що в особливій точці комплексного двовимірного простору $S_1 = 1, S_2 = 1$, одиничний елемент перетворюється в два розв'язаних двополюсника з опорами W_{01} і W_{02} . Але тоді антисиметричний елемент завжди можна вилучити з складного кола, в яке він входить. Іншими словами, існує можливість синтезу багатоеlementних кіл.

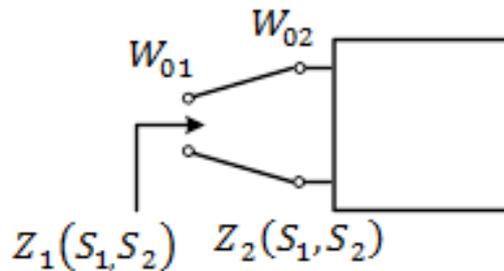


Рис. 3. Перший етап синтезу кіл з антисиметричних елементів

Розглянемо методику синтезу. Нехай $Z_1(S_1, S_2)$ - додатня дійсна функція. Тоді математична операція вилучення з кола антисиметричного елемента призводить до нової д. д. ф., степінь якої на одиницю менше степеня $Z_1(S_1, S_2)$. Для доказу звернемося до рис. 3. Після ряду перетворень знаходимо вхідний опір кола

$$Z_1(S_1, S_2) = [W_{01}(Z_2(S_1, S_2)\sqrt{S_2/S_1} + W_{02}\sqrt{S_1 S_2})]/[W_{02}(Z_2(S_1, S_2)\sqrt{S_1 S_2}/W_{02} + \sqrt{S_1 S_2})]. \quad (17)$$

Після вилучення одиничного елемента отримаємо скорочену процедуру

$$Z_2(S_1, S_2) = W_{02} [Z_1(S_1, S_2)\sqrt{S_1/S_2} - Z_1(1,1)\sqrt{S_1 S_2}]/[Z_1(1,1)\sqrt{S_2/S_1} - Z_1(S_1, S_2)\sqrt{S_1 S_2}], \quad (18)$$

де $Z_1(1,1) = W_{01}$.

Розглянемо коефіцієнт відбиття:

$$\Gamma_2 = [Z_2(S_1, S_2)/W_{02} - 1]/[Z_2(S_1, S_2)/W_{02} + 1], \quad (19)$$

який з урахуванням залежності (18) запишемо так:

$$\Gamma_2 = [Q_3(1 + S_1)]/[Q_4(1 + S_1)], \quad (20)$$

$$Q_3 = [S_1 Z_1(S_1, S_2)(1 + S_2)]/[S_2 Z_1(1,1)(1 + S_1)] - 1, \quad (20)$$

$$Q_4 = [S_1 Z_1(S_1, S_2)(1 - S_2)]/[S_2 Z_1(1,1)(1 - S_1)] + 1, \quad (21)$$

На підставі властивостей аналітичних функцій багатьох комплексних змінних отримуємо

$$|\Gamma_2| = \frac{|Q_3|}{|Q_4|} \left| \frac{1+s_1}{1-s_1} \right|, \quad (22)$$

де при $\text{Re}S_1=0$, $\text{Re}S_2=0$ справедливі рівності:

$$Z_1(S_1, S_2) = R_2; \quad \left| \frac{1+s_1}{1-s_1} \right| = 1. \quad (23)$$

При цьому виконуються умови:

$$|Q_3| = \sqrt{(M-N)/(1+\Omega_1^2)}, \quad |Q_4| = \sqrt{(M+N)/(1+\Omega_1^2)}, \\ M = [\Omega_1^2 R_2^2 (1 + 1/\Omega_2^2)]/Z_1^2(1,1) + \Omega_1^2 + 1; \quad N = [2\Omega_1 R_2 (\Omega_1 + 1/\Omega_2)]/Z_1(1,1).$$

Можна помітити, що завжди $|Q_1| \leq |Q_2|$. Таким чином, з формул (22) і (23) випливає, що $|\Gamma_2| \leq 1$ при $\text{Re}S_1=0$, $\text{Re}S_2=0$, а значить, і всюди, де $\text{Re}S_1>0$, $\text{Re}S_2>0$. Отже, $Z_2(S_1, S_2)$ є д. д. ф. двох частотних змінних.

Процедура синтезу збігається, якщо $\text{deg}Z_2(S_1, S_2) < \text{deg}Z_1(S_1, S_2)$. Як випливає з формули (18), при $S_1 = 1$, $S_2 = 1$ її перша частина не визначена (чисельник і знаменник дорівнюють нулю). Це означає, що в чисельнику і знаменнику є спільний множник $1 - S_1 S_2$, який скорочується. В результаті цієї операції $\text{deg}Z_2(S_1, S_2) = \text{deg}Z_1(S_1, S_2) - 1$, чим забезпечується збіжність процедури синтезу. Звідси знаходимо матрицю розсіювання антисиметричного одиничного елемента:

$$[S]_a = \frac{1}{S_1 + S_2 + 2S_1 S_2} \begin{bmatrix} S_2 - S_1 & 2\sqrt{S_1 S_2 (1 - S_1 S_2)} \\ 2\sqrt{S_1 S_2 (1 - S_1 S_2)} & S_1 - S_2 \end{bmatrix}.$$

Приклад 3. Потрібно синтезувати коло з антисиметричних одиничних елементів з перепадом хвильового опору $a = 4$. Вхідний опір кола описується наступною функцією:

$$Z_1(S_1, S_2) = (2S_2^2 + 16S_1 S_2)/(S_1 S_2^2 + 8S_1).$$

Спочатку знаходимо хвильовий опір на початку першого одиничного елемента: $Z_1(1,1) = W_{01}^{(2)} = 2$ Ом. Оскільки перепад хвильового опору $a=4$, то на протилежному кінці лінії $W_{02} = 8$ Ом вилучаємо перший одиничний елемент з кола:

$$Z_2(S_1, S_2) = W_{02} S_2 (1 - S_1 S_2) / [8(1 - S_1 S_2)] = W_{02} S_2 / 8$$

Так як $W_{02} = 8$ Ом, то $Z_2(S_1, S_2) = S_2$ що відповідає короткозамкненій КЛ з хвильовим опором на початку $W_{01}^{(2)} = Z_2(1,1) = 1$ Ом. Хвильовий опір в кінці цього елемента $W_{01}^{(2)} = 4$ Ом. Синтезоване коло представлено на рис. 4а.

Приклад 4. Потрібно синтезувати коло з антисиметричних одиничних елементів з перепадом хвильового опору $a = 4$. Вхідний опір кола описується наступною функцією:

$$Z_1(S_1, S_2) = (S_2^2 + 2S_1^2 S_2^2 + 8S_1 S_2^2 + 16S_1^2 S_2)/(S_1 S_2^2 + 2S_1^2 S_2 + 8S_1^2 S_2^2 + 16S_1^2)$$

Знаходимо хвильовий опір на початку першого одиничного елемента: $W_{01} = Z_1(1,1) = 1$ Ом. Тоді хвильовий опір на його протилежному кінці $W_{02} = 4$ Ом. Вилучаємо з кола перший одиничний елемент, в результаті чого отримуємо редуковану функцію

$$Z_2(S_1, S_2) = W_{02} S_2 (1 + 8S_1) / [2S_1 (8 + S_2)] \quad (24)$$

Хвильовий опір на початку другого одиничного елемента $W_{01}^{(2)} = Z_2(1,1) = W_{02}/2 = 2$ Ом. Тоді хвильовий опір на його протилежному кінці $W_{02}^{(2)} = 8$ Ом. Не продовжуючи далі процедуру синтезу, представимо формулу (24) у наступному вигляді:

$$Z_2(S_1, S_2)/W_{02} = (\sqrt{S_2/S_1} + 8\sqrt{S_1 S_2}) / [16(\sqrt{S_1 S_2}/8 + \sqrt{S_1/S_2})] \quad (25)$$

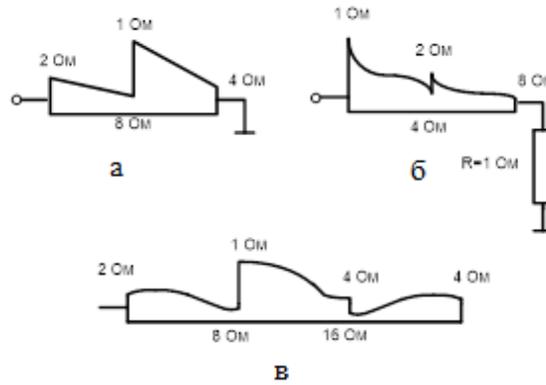


Рис. 4. Структура провідників короткозамкнених а), навантажених б) і розімкнених в) синтезованих кіл з антисиметричних елементів

Оскільки $W_{02} = 4$ Ом, то із залежності (25) отримуємо

$$Z_2(S_1, S_2) = (2\sqrt{S_2/S_1} + 16\sqrt{S_1 S_2}) / [8(\sqrt{S_1 S_2}/8 + \sqrt{S_1/S_2})] \quad (26)$$

З порівняння формул (26) і (17) випливає, що функція $Z_2(S_1, S_2)$ відповідає вхідному опору КЛ, навантаженої на опір $R = 1$ Ом. Синтезоване коло представлено на рис. 4б.

Приклад 5. Потрібно синтезувати коло з перепадом хвильового опору $a = 4$. Вхідний опір кола описується наступною функцією:

$$Z_1(S_1, S_2) = (80S_1^2 S_2 + 2S_1 S_2^2 + 8S_2) / (40S_1^2 + S_1^2 S_2^2 + 4S_1 S_2)$$

Хвильовий опір на початку, першого антисиметричного одиничного елемента $W_{01} = Z_1(1,1) = 2$ Ом, а в кінці $W_{02} = 8$ Ом. Вилучаємо з кола перший одиничний елемент. Тоді на підставі формули (2.35) отримуємо

$$Z_2(S_1, S_2) / W_{02} = (4 + S_1 S_2) / 40S_1.$$

Оскільки, $W_{01} = 8$ Ом, то редуковану функцію можна записати в наступному вигляді: $Z_2(S_1, S_2) = (4 + S_1 S_2) / 5S_1$. Хвильовий опір на початку другого одиничного елемента $W_{01}^{(2)} = Z_2(1,1) = 1$ Ом, а в кінці цього елемента $W_{02}^{(2)} = 4$ Ом. Вилучаємо з кола черговий одиничний елемент: $Z_3(S_1, S_2) / W_{02}^{(2)} = 4/S_2$. Так як $W_{02}^{(2)} = 4$ Ом, то приходимо до висновку, що $Z_3(S_1, S_2) = 16/S_2$. Вхідний опір Z_3 відповідає розімкненій ДЛ з хвильовим опором на високоомному кінці $W_{02}^{(3)} = 16$ Ом. Оскільки $a = 4$, то хвильовий опір на низькоомному кінці $W_{01}^{(3)} = 4$ Ом. Синтезоване коло показано на рис. 4в.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

В роботі доведено, що існує однозначна процедура синтезу кіл з відрізків неоднорідної лінії. При чому операція отримання одиничного елемента з кола призводить до утворення додатної дійсної функції двох комплексних частотних змінних.

Показано, що операція вилучення з кола симетричного одиничного елемента призводить до нової д. д. ф., степінь якої на одиницю менше степеня попередньої д. д. ф., а отже процедура синтезу є збіжною і відповідає фізично реалізованому колу.

Отримані співвідношення дозволяють синтезувати кола у частотній області функцій двох змінних S_1, S_2 . При цьому безпосереднє з'єднання L і C елементів неможливе. Для їх просторового розподілу необхідно використовувати одиничний елемент з матрицею передачі

$$[A]_c = \frac{1}{\sqrt{1-S_1/S_2}} \begin{bmatrix} 1 & W_{01} S_2 \\ S_1/W_{01} & 1 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

Таким чином, незалежно від наявності або відсутності втрат в симетричному одиничному елементі, його матриця розсіювання в масштабі перетворених частот має властивості, що відповідають нерозсіювальній пасивній структурі.

Запропонований алгоритм синтезу дозволяє синтезувати стрижневі структури з довільними одиничними елементами, що розширює елементну базу побудови пристроїв НВЧ.

Література

1. Transmission Line Filter Using Richard's Transformation <https://filpal.wordpress.com/2019/08/25/transmission-line-filter-using-richards-transformation/>.
2. Matick R. E. Transmission Lines and Communication Networks: An Introduction to Transmission Lines, High-frequency and High-speed Pulse Characteristics and Applications. Wiley-IEEE Press. 2000. 388 p.
3. Jackson D. R. Microwave Engineering Fall. 2019. https://dokumen.tips/documents/prof-david-r-jackson-dept-of-ece-notes-14-ece-5317-6351-microwave-engineering.html?page=1#google_vignette.
4. P. I. Richards Resistor – transmission – line circuits. *Proc. IRE*. 1948. Vol. 36. P. 217–220.
5. Matsumoto A. Microwave filters and Circuits. 1970. 246 p.
6. Dorf R. C., Svoboda J. A. Introduction to Electric Circuits. John Wiley & Sons, 2010. 886 p.
7. Pozar D. M. Microwave engineering: 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2012. 756 p.
8. How Richard's Transformation is Used to Convert Lumped Element, L & C to Series & Shunt Stub. <https://www.youtube.com/watch?v=Ik0JmLcVHSg>
9. Collier R. Transmission Lines. Equivalent Circuits, Electromagnetic Theory, and Photons. Cambridge University Press. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781139199018>.
10. Liboff R. L. Transmission lines, waveguides, and Smith charts. Collier Macmillan, 2019. 269 p.
11. Qiyuan Z., Xiaotao H. Design and Simulation of Microstrip Stub Low-pass Filter Based on ADS. *International Conference on Logistics Engineering, Management and Computer Science (LEMCS 2014)*. 2014. DOI: <https://doi.org/10.2991/lemcs-14.2014.244>.

References

1. Transmission Line Filter Using Richard's Transformation <https://filpal.wordpress.com/2019/08/25/transmission-line-filter-using-richards-transformation/>.
2. Matick R. E. Transmission Lines and Communication Networks: An Introduction to Transmission Lines, High-frequency and High-speed Pulse Characteristics and Applications. Wiley-IEEE Press. 2000. 388 p.
3. Jackson D. R. Microwave Engineering Fall. 2019. https://dokumen.tips/documents/prof-david-r-jackson-dept-of-ece-notes-14-ece-5317-6351-microwave-engineering.html?page=1#google_vignette.
4. P. I. Richards Resistor – transmission – line circuits. *Proc. IRE*. 1948. Vol. 36. P. 217–220.
5. Matsumoto A. Microwave filters and Circuits. 1970. 246 p.
6. Dorf R. C., Svoboda J. A. Introduction to Electric Circuits. John Wiley & Sons, 2010. 886 p.
7. Pozar D. M. Microwave engineering: 4th ed. New York: John Wiley & Sons, 2012. 756 p.
8. How Richard's Transformation is Used to Convert Lumped Element, L & C to Series & Shunt Stub. <https://www.youtube.com/watch?v=Ik0JmLcVHSg>
9. Collier R. Transmission Lines. Equivalent Circuits, Electromagnetic Theory, and Photons. Cambridge University Press. 2013. DOI: <https://doi.org/10.1017/CBO9781139199018>.
10. Liboff R. L. Transmission lines, waveguides, and Smith charts. Collier Macmillan, 2019. 269 p.
11. Qiyuan Z., Xiaotao H. Design and Simulation of Microstrip Stub Low-pass Filter Based on ADS. *International Conference on Logistics Engineering, Management and Computer Science (LEMCS 2014)*. 2014. DOI: <https://doi.org/10.2991/lemcs-14.2014.244>.