

<https://doi.org/10.31891/2219-9365-2023-73-1-15>

УДК 681.7.013

Валерій ГРАНЯК

Вінницький національний аграрний університет

<https://orcid.org/0000-0001-6604-6157>

e-mail: titanxp2000@ukr.net

Олександр ПАЯНОК

Вінницький національний технічний університет

<https://orcid.org/0000-0001-8139-4600>

e-mail: opayanok@gmail.com

УТОЧНЕНА МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ РЕФРАКТОМЕТРИЧНОГО СЕНСОРА МАЛИХ КОНЦЕНТРАЦІЙ РОЗЧИНЕНИХ РЕЧОВИН З УРАХУВАННЯМ ПОВЕРХНЕВО-ПЛАЗМОННОГО ЕФЕКТУ

В роботі розглянуто основні напрямки розвитку рефрактометрії та її актуальність у різних сферах діяльності людини, таких як наука, техніка, медицина та, навіть, харчова промисловість. В результаті необхідності використання явища поверхнево-плазмонного ефекту, приведено детальний опис даного явища, його особливості, сутність та практичне застосування. Розглянуто особливість взаємодії випромінювання з наноплівками золота.

Розроблено математичну модель рефрактометра на основі поверхнево-плазмонного ефекту. Проведено дослідження моделі, в результаті яких встановлено, що стабільність потужності джерела випромінювання не впливає на похибку вимірювань. Це дає можливість розробляти прості та дешеві вимірювальні пристрої в яких немає потреби в стабілізації оптичних характеристик джерела випромінювання та фотоприймача. Адекватність отриманих висновків було підтверджено шляхом комп'ютерного моделювання та експериментального дослідження.

Ключові слова: математична модель, рефрактометричний сенсор, поверхнево-плазмонний ефект, моделювання, експериментальні дослідження.

Valery GRANYAK, Oleksandr PAYANOK

Vinnitsa National Technical University

SPECIFIED MATHEMATICAL MODEL OF THE DISSOLVED SUBSTANCES SMALL CONCENTRATIONS REFRACTOMETRICAL SENSOR INCLUDING SURFACE PLASMON EFFECT

In a number of practical problems, there is a need to determine the concentration of substances whose mass (volume) fraction in the solution is quite small. Therefore, the task of determining the quantitative and qualitative composition of dissolved substances small concentrations occupies an important place in various fields of science and technology.

The most common methods of dissolved substances small concentrations measuring, which are characterized by high speed and versatility, include refractometric methods. Among the mentioned methods, the method based on the use of the surface-plasmon resonance effect is of particular interest for solving the mentioned problem. Its main advantages include high sensitivity and the relatively small mass of the sample required for research. However, the wide use of this measurement method is significantly limited by the lack of high-precision mathematical models of primary measuring transducers (sensors) implemented on its basis.

The paper considered the main directions of the development of refractometry and its relevance in various spheres of human activity, such as science, technology, medicine and even the food industry. As a result of the need to use the phenomenon of the surface plasmon effect, a detailed description of this phenomenon, its features, essence and practical application is given. The peculiarity of the interaction of radiation with gold nanofilms is considered.

The mathematical model of the refractometer based on the surface plasmon effect was developed. A study of the model was carried out, as a result of which it was established that the stability of the radiation source power does not affect the measurement error. This makes it possible to develop simple and cheap measuring devices in which there is no need to stabilize the optical characteristics of the radiation source and the photoreceiver. The adequacy of the obtained conclusions was confirmed by computer modeling and experimental research.

Key words: mathematical model, refractometric sensor, surface plasmon effect, modeling, experimental studies.

Постановка проблеми у загальному вигляді

та її зв'язок із важливими науковими чи практичними завданнями

Рефрактометрію застосовують у багатьох сферах науки і техніки (медицина, промисловість, польова експертиза (визначення чистоти речовини), фізичних дослідженнях. Зокрема у фармацевтичному аналізі значення показника заломлення можна використовувати для ідентифікації лікарських препаратів, в медицині – для визначення концентрації білка або його фракцій в сироватці крові, а також для аналізу шлункового соку, сечі та інших біологічних рідин. У харчовій промисловості – для встановлення концентрації вуглеводів у різних продуктах, масової частки сухих речовин, для кількісного визначення

жирів у харчових продуктах, а також для пофазного контролю в процесі виробництва харчових продуктів – кондитерських, напоїв, деяких видів консервів і т.д [1]. Тож, виходячи із вказаних відомостей, високоточне експрес-визначення показника заломлення має велике практичне значення як спосіб швидкого та точного фізико-хімічного аналізу речовини.

Також варто відзначити, що при вирішенні цілого ряду практичних задач є необхідним визначення концентрації речовин, масова (об'ємна) частка яких у розчині не перевищує 0,1-0,01 % [2, 3]. А оскільки виявлення таких малих концентрацій домішок на сьогоднішній момент суттєво ускладнюється низькою чутливістю існуючих, в тому числі і рефрактометричних, сенсорів, тому є очевидним, що розробка нових високочутливих сенсорів та отримання їх високоточних математичних моделей має значний як теоретичний, так і практичний інтерес.

Формування мети та задач дослідження

Метою роботи є: підвищення точності фізичних моделей для адекватної оцінки параметрів поверхнево-плазмово-резонуючих сенсорів (ППР-сенсорів).

Реалізація поставленої мети потребувала вирішення наступних завдань:

1. Удосконалення алгоритмів розв'язання оберненої задачі визначення оптичних констант ідеальної багат шарової системи по вимірах кутових спектрів ППР.
2. Визначення кількісних параметрів, що характеризують процес адсорбції, за формою і положенням резонансної кривої.
3. Розробка методичних підходів до оцінки морфологічних характеристик меж розділу і багат шарових систем за допомогою атомно-силової мікроскопії, які знаходять застосування в сенсорах на основі ППР (поверхні скла і напівпровідникових матеріалів, тонких металевих плівок, шарів органічних сполук, тощо).
4. Розвиток та апробація теоретичних моделей для врахування впливу відхилень від ідеальної морфології межі поділу на спектру ППР.

Огляд відомих способів вирішення проблеми

Показник заломлення n являє собою відношення швидкостей світла в межуючих середовищах. Для рідин і твердих тіл n зазвичай визначають щодо повітря, а для газів – щодо вакууму. У випадку газів необхідно враховувати залежність n від тиску. В ідеальних системах залежність показника заломлення від складу близька до лінійної, якщо склад виражений в об'ємних частках (відсотках) [2, 3].

$$n = n_1 \cdot V_1 + n_2 \cdot V_2, \quad (1)$$

де n , n_1 , n_2 – показники заломлення суміші і компонентів, V_1 і V_2 – об'ємні частки компонентів ($V_1 + V_2 = 1$).

Для переважної більшості рідин температурний коефіцієнт лежить у вузьких межах від -0,0004 до -0,0006 1/град. Важливим винятком є вода і розбавлені водні розчини (-0,0001), гліцерин (-0,0002), гліколь (-0,00026) [4].

Лінійна екстраполяція показника заломлення припустима на невеликі різниці температур (10° - 20° С). Точне визначення показника заломлення в широких температурних інтервалах проводиться за емпіричними формулами [5].

Прилади, що використовують для визначення показника заломлення, називають рефрактометрами. Визначення найчастіше проводять при температурі 20° С і довжині хвилі D лінії спектра атома натрію ($\lambda = 589,3$ нм). Показник заломлення, визначений у таких умовах, позначають n_{20D} . Зазвичай вимірювання показника заломлення виконують на рефрактометрах типу Аббе, дія яких ґрунтується на визначенні кута повного внутрішнього відбиття при проходженні світлом межі між двома середовищами з різними показниками заломлення. Діапазон вимірювання показника заломлення від 1,3 до 1,7, а точність визначення складає $\pm 2 \cdot 10^{-4}$. Менш поширені на практиці рефрактометри типу Пульфриха, дія яких побудована на вимірюванні кута заломлення монохроматичного світла, що забезпечує високу точність визначення показника заломлення ($\pm 2 \cdot 10^{-5}$), але потребує значної кількості досліджуваного розчину і монохроматора світла.

Визначити концентрацію розчинів речовин рефрактометричним методом можна двома способами: розрахунковим та графічним. При розрахунковому способі використовують формулу, що відображає залежність між концентрацією розчину та його показником заломлення [2]:

$$n = n_0 + F \cdot C \rightarrow C = \frac{n - n_0}{F}, \quad (2)$$

де n – показник заломлення розчину; n_0 – показник заломлення розчинника; F – рефрактометричний фактор; C – концентрація розчину (%).

Рефрактометричний фактор (F) демонструє зміну показника заломлення при зміні концентрації розчину на 1%. Його встановлюють експериментально або розраховують за таблицями показників заломлення. При використанні графічного способу визначення концентрації розчину речовини будують калібрувальний графік у координатах $n - C$, вимірюють показник заломлення розчину і за графіком знаходять відповідну концентрацію.

Рефрактометричний метод використовують на практиці для кількісного визначення концентрації речовин водних та неводних розчинів, органічних та мінеральних кислот, солей, концентрації етилового спирту, гліцеролу, для визначення вмісту білка в крові та ін.

Розробка математичної моделі рефрактометричного вимірювального пристрою

Для рішення поставленої задачі розроблено структурну рефрактометричного вимірювального пристрою, схема якого приведена на рис. 1.

Джерело монохромного випромінювання направлено на пристрій фокусування, який містить в собі певну кількість лінз, і призначений для зосередження його світла в один пучок в конкретній точці, де знаходиться досліджуваний об'єкт. Сфокусований пучок світла направляється на первісний вимірювальний перетворювач (ПВП). ПВП представляє собою діелектричну пластину із наночастиною золотого напилення, на поверхні якої розміщена рідина з вимірювальним показником заломлення. Відбита частина променя потрапляє на приймальний пристрій. Завдяки явищу поверхнево-плазмонного резонансу в плівці золота спектр відбитого випромінювання буде залежати від показника заломлення досліджуваної рідини та заломлюючого середовища. Отримані дані передаються на пристрій обробки, де фіксується спектр та визначається довжина хвилі з мінімальним відбиттям.

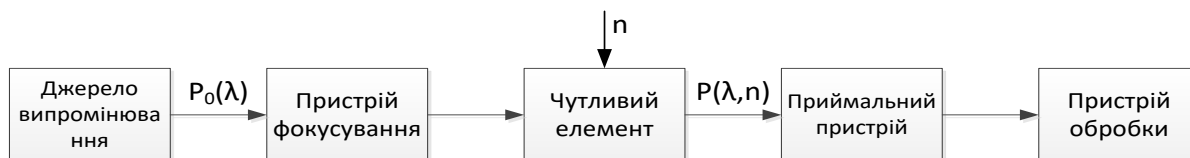


Рис.1 Структурна схема роботи рефрактометра

При цьому процес взаємодії електромагнітного випромінювання з металами описується за допомогою рівнянь Максвелла. Частота випромінювання та частотно-залежний комплексний параметр діелектричної проникності $\varepsilon(\omega)$ визначає характер цієї взаємодії. Математичний запис рівняння Максвелла наведено у (3-6) [6, 7]:

$$\operatorname{div} D = \rho, \quad (3)$$

$$\operatorname{div} B = 0, \quad (4)$$

$$\operatorname{rot} E = -\frac{\partial B}{\partial t}, \quad (5)$$

$$\operatorname{rot} H = J + \frac{\partial D}{\partial t}. \quad (6)$$

Електричне поле E (В/м) та магнітне поле H (А/м) пов'язані з електричним зміщенням D (С/м²) і щільністю магнітного потоку B (Тл) [8].

$$D = z \cdot z_0 \cdot E, \quad (7)$$

$$B = \mu \cdot \mu_0 \cdot H. \quad (8)$$

В рівнянні (7) величини z та z_0 є відповідно діелектричною сталою (без розмірності) та діелектричною проникністю вільного простору [8,854187817·10⁻¹² Ф/м]. Відповідно μ та μ_0 в рівнянні (8) є магнітною проникністю (без розмірності) та магнітною проникністю вільного простору [4π·10⁻⁷ Н/А²]. Для встановлення зв'язку між поточним значенням змінної J та електричного кола E використовуємо закон Ома [7]:

$$J = \sigma \cdot E. \quad (9)$$

Для опису частотної залежності діелектричної проникності у видимій області та ближньому ультрафіолетовому діапазоні використовують різні моделі. При характеристиці композитних структур використовують поняття ефективної діелектричної проникності, як математичне усереднення окремих компонент об'ємного металу та оточуючого середовища, яка описується феноменологічними моделями.

Електромагнітні хвилі описуються загальними для електромагнітних явищ рівняннями Максвелла. Навіть у випадку відсутності у просторі електричних зарядів і струмів рівняння Максвелла мають відмінні від нуля розв'язки. Ці розв'язки описують електромагнітні хвилі.

Застосувавши операцію *rot* до перших двох рівнянь, можна отримати окремі рівняння для визначення напруженості електричного і магнітного полів. Ці рівняння мають типову форму хвильових рівнянь.

Із співвідношень (5) та (8) для $rotE$ та (6), (7) та (9) для $rotH$, отримуємо наступні співвідношення:

$$rotE = -\mu \cdot \mu_0 \cdot \frac{\partial H}{\partial t}, \quad (10)$$

$$rotH = \sigma \cdot E + \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\partial E}{\partial t}. \quad (11)$$

Виведення коефіцієнтів Френеля для структур із металевим покриттям. Наступним кроком розробки математичної моделі є формування опису падаючої хвилі світла у вигляді

$$E = E_0 e^{i(kr - \omega t)}, \quad \omega = \omega(k), \quad B = \frac{k \cdot E_0}{\omega} e^{i(kr - \omega t)}, \quad (12)$$

відбитої хвилі у вигляді

$$E' = R_0 e^{i(k'r - \omega't)}, \quad \omega' = \omega'(k'), \quad B' = \frac{k' \cdot R_0}{\omega'} e^{i(k'r - \omega't)}, \quad (13)$$

та заломленої хвилі у вигляді

$$E'' = T_0 e^{i(k''r - \omega''t)}, \quad \omega'' = \omega''(k''), \quad B'' = \frac{k'' \cdot T_0}{\omega''} e^{i(k''r - \omega''t)}. \quad (14)$$

Ілюстрація особливостей проникнення падаючої хвилі в середовище, характер її відбиття та заломлення приведена на рис. 2.

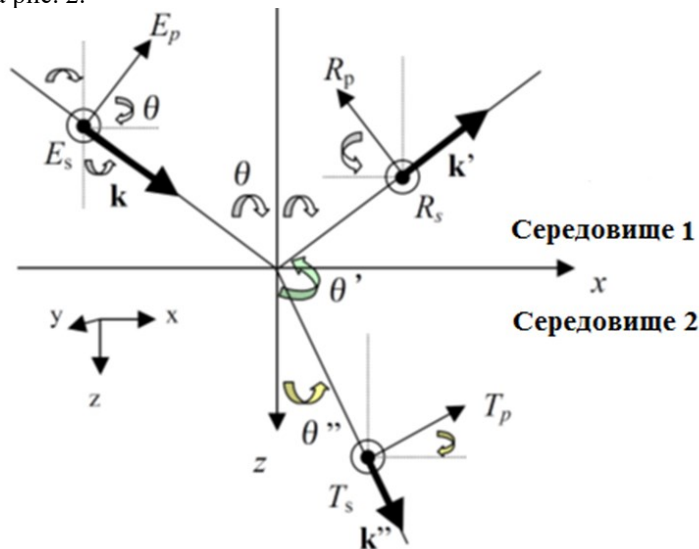


Рис. 2 Характер відбиття та заломлення хвилі світла

Опираючись на приведені на рис. 2 особливості можемо записати наступні співвідношення:

$$k = (k \sin \Theta, 0, k \cos \Theta), \quad (15)$$

$$k' = (k' \sin \Theta', 0, k' \cos \Theta'), \quad e^{i(\pi - \Theta')} = -\cos \Theta' + i \cdot \sin \Theta' \quad (16)$$

$$k'' = (k'' \sin \Theta'', 0, k'' \cos \Theta''), \quad (17)$$

де p -хвиля має компоненти x і z , а s -хвиля має тільки y -компоненту.

Введемо умову $t[E_1 - E_2] = 0$, з якої для тангенціальних складових електричного поля будуть справедливими вирази

$$E_x + E_x' = E_x'' \cdot at \cdot z = 0, \quad (18)$$

$$E_p \cos \Theta \cdot e^{i(k \sin \Theta \cdot x - \omega t)} + R_p \cos \Theta' \cdot e^{i(k' \sin \Theta' \cdot x - \omega' t)} = T_p \cos \Theta'' \cdot e^{i(k'' \sin \Theta'' \cdot x - \omega'' t)}. \quad (19)$$

Якщо введена умова виконується для будь-якого значення x при $z = 0$, тоді

$$\omega = \omega' = \omega'', \quad (20)$$

$$k \sin \Theta = k' \sin \Theta' = k'' \sin \Theta''. \quad (21)$$

При цьому величина хвильового вектора може бути отримана з виразу

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\omega}{v} = \frac{n\omega}{c}. \quad (22)$$

Звідси:

$$\sin \Theta = \sin \Theta' = \sin(\pi - \Theta'), \text{ оскільки } k = k'. \quad (23)$$

При цьому кут падіння дорівнює куту відбиття та

$$k \sin \Theta = n_1 \frac{\omega}{c} \sin \Theta = k'' \sin \Theta'' = n_2 \frac{\omega''}{c} \sin \Theta''. \quad (24)$$

Залежність (24) може бути зведена до закон Снелліуса, оскільки $\omega = \omega''$

$$n_1 \sin \Theta = n_2 \sin \Theta''. \quad (25)$$

З (19) отримуємо:

$$(E_p - R_p) \cos \Theta = T_p \cos \Theta''. \quad (26)$$

При цьому з рис. 2 запишемо співвідношення виду:

$$E_0 = \begin{pmatrix} E_p \cos \Theta \\ E_s \\ -E_p \sin \Theta \end{pmatrix}, R_0 = \begin{pmatrix} -R_p \cos \Theta \\ R_s \\ -R_p \sin \Theta \end{pmatrix}, T_0 = \begin{pmatrix} T_p \cos \Theta'' \\ T_s \\ -T_p \sin \Theta'' \end{pmatrix}. \quad (27)$$

Варто відзначити, що для напрямку хвилі, паралельному вісі y , може бути введена умова

$$E_y + E_y' = E_y'' \cdot at \cdot z = 0, \quad (28)$$

$$(E_s + R_s) e^{i(k \sin \Theta \cdot x - \omega t)} = T_s e^{i(k'' \sin \Theta'' \cdot x - \omega'' t)}, \quad (29)$$

$$(E_s + R_s) = T_s. \quad (30)$$

Тоді для p -хвилі можна записати вирази:

$$(E_p - R_s) \cos \Theta = T_p \cos \Theta'', \quad (31)$$

$$n_1(E_p + R_s) = n_2 T_p + \frac{\sigma_{12}(k \sin \Theta, \omega)}{\varepsilon_0 n_1 \sin \Theta}, \quad (32)$$

$$\frac{n_1}{\mu_1}(E_p + R_s) = \frac{n_2}{\mu_2}T_p + c\mu_0 [J_s(k \sin \Theta, \omega)]_y. \quad (33)$$

Приймаємо наступні умови

$$\begin{cases} \sigma_{12}(k \sin \Theta, \omega) = 0, \\ \text{Im}(n_{1,2}) = 0, \\ \mu_1 = \mu_2 = 1, \\ [J_s(k \sin \Theta, \omega)]_x = 0, \\ [J_s(k \sin \Theta, \omega)]_y = 0. \end{cases} \quad (34)$$

Із врахуванням умов (34) для p -хвилі можна отримати наступні співвідношення:

$$(E_p - R_p) \cos \Theta = T_p \cos \Theta'', \quad (35)$$

$$n_1(E_p + R_p) = n_2T_p. \quad (36)$$

Визначивши амплітуду коефіцієнта відбиття r та коефіцієнт пропускання для амплітуди p -хвиль, отримаємо вирази:

$$r_p \equiv \frac{R_p}{E_p}, \quad (37)$$

$$t_p \equiv T \frac{R_p}{E_p}, \quad (38)$$

$$r_s \equiv \frac{R_s}{E_s}, \quad (39)$$

$$t_s \equiv T \frac{R_s}{E_s}, \quad (40)$$

$$(1 - r_p) \cos \Theta = t_p \cos \Theta'' \quad (41)$$

$$n_1(1 + r_p) = n_2t_p. \quad (42)$$

Із рівнянь (37)-(42) отримуємо рівняння Френеля [9, 10]:

$$r_p = \frac{-n_1 \cos \Theta'' + n_2 \cos \Theta}{n_1 \cos \Theta'' + n_2 \cos \Theta}, \quad (43)$$

$$t_p = \frac{2n_1 \cos \Theta}{n_1 \cos \Theta'' + n_2 \cos \Theta}, \quad (44)$$

$$r_s = \frac{n_1 \cos \Theta - n_2 \cos \Theta''}{n_1 \cos \Theta + n_2 \cos \Theta''}, \quad (45)$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos \Theta}{n_1 \cos \Theta + n_2 \cos \Theta''}. \quad (46)$$

Для металевої поверхні оптичний індекс стає складним, тому що якась частина світла поглинається електронним переходом металевих електронів на рівні Фермі [10].

$$\underline{n}_2 = n_2 + i \cdot k_2, \quad k'' = \frac{\bar{n}_2 \omega}{c} = (n_2 + i \cdot k_2) \frac{\omega}{c}. \quad (47)$$

Враховавши прийняту умову, запишемо:

$$n_1 \sin \Theta = \bar{n}_2 \sin \Theta'' = (n_2 + i \cdot k_2) \sin \Theta''. \quad (48)$$

Тепер величина θ'' є комплексною і визначається як

$$\underline{n}_2 \cos \Theta'' \equiv u_2 + i v_2, \quad (49)$$

де величини u_2 та v_2 є дійсними числами.

Відповідно

$$(u_2 + i v_2)^2 = \underline{n}_2^2 \cos^2 \Theta'' = \underline{n}_2^2 \left(1 - \frac{n_1^2}{\underline{n}_2^2} \sin^2 \Theta\right) = \underline{n}_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta. \quad (50)$$

Для дійсних і уявних частин рівняння (49) маємо наступні визначення

$$u_2^2 - v_2^2 = n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta, \quad (51)$$

$$2u_2 v_2 = 2n_2 k_2. \quad (52)$$

Звідси

$$u_2^2 = \frac{n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta + \sqrt{(n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta)^2 + 4n_2^2 k_2^2}}{2}, \quad (53)$$

$$v_2^2 = \frac{-(n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta) + \sqrt{(n_2^2 - k_2^2 - n_1^2 \sin^2 \Theta)^2 + 4n_2^2 k_2^2}}{2}. \quad (54)$$

Враховуючи вище приведені математичні моделі, виведення та прийняті умови, сформулюємо рівняння перетворення показника заломлення в довжину хвилі з мінімальним відбиттям. При цьому електронні заряди на границі металу можуть виконувати когерентні коливання, які називаються поверхневими плазмовими коливаннями. Коливання обмежені на границі і зникають з обох сторін металевої поверхні. Ці плазмонні хвилі мають p -характеристику, оскільки поверхневий заряд індукує розрив електричного поля в поверхневому нормальному z -напрямку. Відбивна здатність $R_{pr|1|2}$ може бути отримана за допомогою рівнянь Френеля в тришаровій системі «призма | метал | повітря» [10, 11].

$$r_{ik}^p = \frac{\underline{n}_k \cos \Theta_i - \underline{n}_i \cos \Theta_k}{\underline{n}_k \cos \Theta_i + \underline{n}_i \cos \Theta_k} = \frac{\underline{n}_k \frac{k_{zi}}{k_i} - \underline{n}_i \frac{k_{zk}}{k_k}}{\underline{n}_k \frac{k_{zi}}{k_i} + \underline{n}_i \frac{k_{zk}}{k_k}} = \frac{\underline{\varepsilon}_i - \underline{\varepsilon}_k}{\underline{\varepsilon}_i + \underline{\varepsilon}_k}, \quad (55)$$

$$r_{ki}^p = -r_{ik}^p. \quad (56)$$

Достатньо висока чутливість залежності довжини хвилі з мінімальним відбиттям від показника заломлення опосередковано фіксується і в роботах інших вчених, що підтверджує правильність зроблених вище теоретичних припущень. Зокрема, на рис. 3 [10] та рис. 4 [12] наведені графічні залежності, що наочно це ілюструють.

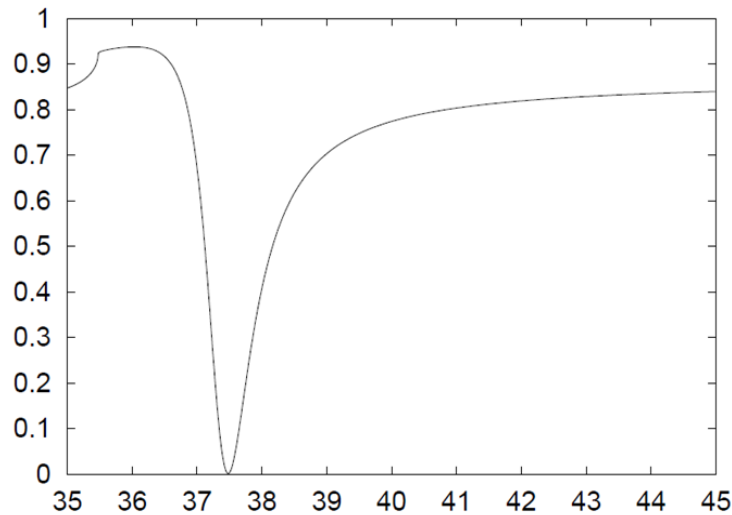


Рис. 3. Залежність показника заломлення від величини кута. Крива ППР для SF10 ($n = 1,723$) | золото (50nm, $\sim n_1 = 0,1726 + i3.4218$) | повітря ($n =$ для He-Ne лазера світла (633 нм) [10])

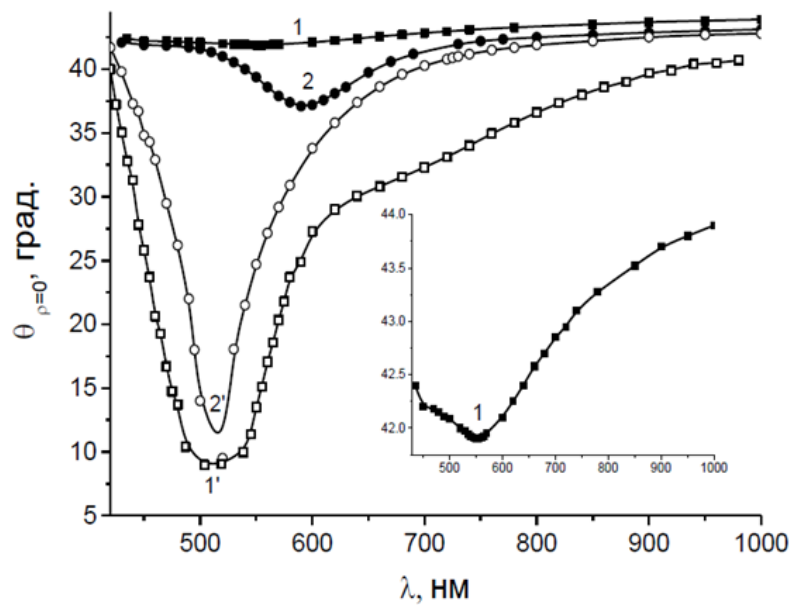


Рис. 4. Спектральні характеристики кута ізотропного відбивання $\theta_{p=0}(\lambda)$ для рог-Аи плівок: зразки 1 (■), 2 (●), 1' (□) та 2' (○) [12]

Математичні рівняння із врахуванням заломлення хвилі [13]:

$$t_{ik}^p = \frac{n_i}{n_k} (1 + r_{ik}^p), \quad (57)$$

$$t_{ki}^p = \frac{n_k}{n_i} (1 + r_{ki}^p) = \frac{n_k}{n_i} (1 - r_{ik}^p), \quad (58)$$

$$t_{ki}^p = (1 + r_{ik}^p)(1 + r_{ik}^p). \quad (59)$$

Повне відображення моделі тришарової системи має вигляд:

$$R = \left| r_{pr12}^p \right|^2 = \left| \frac{r_{pr1}^p + r_{pr12}^p e^{2ik_z d_1}}{1 + r_{pr1}^p r_{pr12}^p e^{2ik_z d_1}} \right|. \quad (60)$$

На основі рівняння (60) отримуємо співвідношення для рефрактометра, відповідно до якого довжина хвилі визначається як мінімальне значення потужності оптичного вимірювання в оптичному діапазоні:

$$\lambda = \min(P(n, \lambda), \lambda), \quad (61)$$

де

$$P(n, \lambda) = P_0(\lambda) \cdot R(n, \lambda). \quad (62)$$

З метою підтвердження вище наведених теоретичних результатів було проведено експериментальне дослідження. Експеримент проводився при наступних вихідних даних:

- чутливий елемент представляє собою діелектричну пластину достатньо великої товщини, на поверхню якої нанесено шар металу, товщиною 30 нм.
- діапазон зміни показника заломлення складає від 1.33 до 1.42, оскільки він відповідає переважній більшості рідких речовин.
- товщина шару рідини є достатньо великою, що з допустимою похибкою вважається нескінченною.

Результати фізичного моделювання функціональної залежності довжини хвилі з мінімальним відбиттям від показника заломлення рідини наведено на рис. 5.

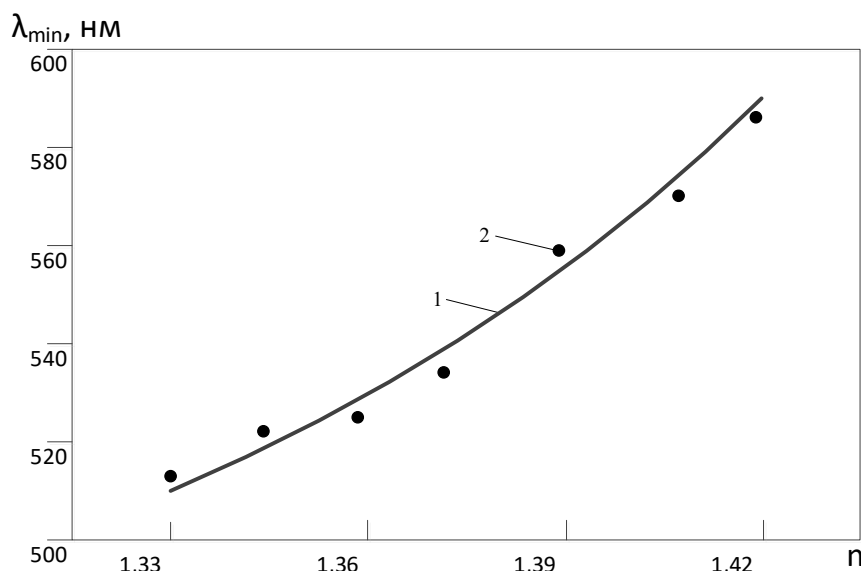


Рис. 5 Залежність довжини хвилі з мінімальним відбиттям від показника заломлення рідини:
1 – аналітична залежність; 2 – результати фізичного моделювання

Відповідно до отриманих результатів розрахунків та побудови, приведеної на рис. 5, залежність довжини хвилі з мінімальним відбиттям від показника заломлення рідини є близькою до лінійної та змінюється в діапазоні хвиль спектру 510-580 нм. Цей діапазон відповідає частині видимого спектру оптичного випромінювання. При цьому похибка математичної моделі (61) не перевищує 8%.

Висновки з даного дослідження і перспективи подальших розвідок у даному напрямі

У роботі було розглянуто основні напрямки розвитку рефрактометрії та її актуальність у різних сферах діяльності людини, таких як наука, техніка, медицина та, навіть, харчова промисловість. В результаті необхідності використання явища поверхнево-плазмонного ефекту приведено детальний опис даного явища, його особливості, сутність та практичне застосування. Розглянуто особливість взаємодії випромінювання з наноплівками золота.

Розроблено математичну модель рефрактометра на основі поверхнево-плазмонного ефекту. Проведено дослідження моделі, в результаті яких встановлено, що стабільність потужності джерела випромінювання не впливає на похибку вимірювань. Це дає можливість розробляти прості та дешеві вимірювальні пристрої, в яких немає потреби в стабілізації оптичних характеристик джерела випромінювання та фотоприймача. Адекватність отриманих висновків було підтверджено шляхом комп'ютерного моделювання та експериментального дослідження.

Література

1. Palchoudhury S., Baalousha M., Lead J. R. (2015) Methods for Measuring Concentration (Mass, Surface Area and Number) of Nanomaterials. *Frontiers of Nanoscience* No 8. P. 153-177. DOI:10.1016/B978-0-08-099948-7.00005-1
2. Hu K., Ellinger J. J., Chylla R. A., Markley J. L. (2011) Measurement of absolute concentrations of individual compounds in metabolitemixtures by gradient-selective time-zero 1H-13C HSQC with two concentration reference sand fast maximum like lihoodreconstruction analysis. *Analytical Chemistry* No 83 (24). 10 p. DOI:10.1021/ac201948f
3. Jeffrey D. Clogston, The importance of nanoparticle physicochemical characterization for immunology research: what we learned and what we still need to understand, *Advanced Drug Delivery Reviews*, 10.1016/j.addr.2021.113897, (113897), (2021).
4. Либенсон М.Н. Взаимодействие лазерного излучения с веществом (силовая оптика). Конспект лекций. ч.1. / [Либенсон М.Н., Яковлев Е.Б., Шандыбина Г.Д.] ; под ред. В. П. Вейко. – СПб : СПб ГУ ИТМО, 2005. – 84с.
5. Razek M. H. A. Refraction of light and it sapplications. *Ain Shams Engineering Journal* May 2020. 13p
6. Дмитрук М.Л. Поверхневі плазмонні резонанси та їх прояв у оптичних властивостях наноструктур благородних металів / М.Л. Дмитрук, С.З. Малинич // УФЖ. – 2014. – Т. 9., № 1. – С. 3–37.
7. Венгер Є.Ф. Оптика малих частинок і дисперсних середовищ / Венгер Є.Ф., Гончаренко А.В., Дмитрук М.Л. – Київ : Наукова думка, 1999. – 347с.
8. Hraniak, V.F., Kukharchuk, V.V., Bogachuk, V.V., Phasenson contact method and procedure for measurement of axial displacement of electric machine's rotor.
9. Хлебцов Н.Г. Оптика и биофотоника наночастиц с плазмонным резонансом / Н.Г.Хлебцов // Квантовая электроника. – 2008. – Т.38, №6. – С. 504-529.
10. Zhu S. Optical properties of gold nanoparticles on heavily-doped Si substrate synthesized with an electrochemical process / S. Zhu, T.P. Chen, Z. Liu, Y.C. Liu, Y. Liu, S.F. Yu // *J. Electrochem. Soc.* – 2011. – Vol. 158, № 6. – P 152–155.
11. Rudenko S.P. Diagnostic of surface plasmons resonance sinnanosized gold films by modulation polarization spectroscopy / S.P. Rudenko, L.S. Maksimenko, I.E. Matyash, O.M. Mischuk, M.O. Stetsenko, B.K. Serdega // *Plasmonics*. – 2016. – Vol. 11. – P. 557–563.
12. Stetsenko M.O., Maksimenko L.S., Rudenko S.P., Krishchenko I.M., Korchovy A.A., Kryvyi S.B., Kaganovich E.B. & Serdega, B.K. 2016, Surface Plasmon's Dispersion Properties of Porous Gold Films, *Nanoscale Research Letters*, vol. 11, no. 1, pp. 1-7.
13. Gunko I., Hraniak V., Yaropud V., Kupchuk I., Rutkevych V. (2021) Optical sensor of harm fulairimpurity concentration. *Przeglad elektrotechniczny* No 7. P. 76-79. DOI: 10.15199/48.2021. 07.15.

References

1. Palchoudhury S., Baalousha M., Lead J. R. (2015) Methods for Measuring Concentration (Mass, Surface Area and Number) of Nanomaterials. *Frontiers of Nanoscience* No 8. P. 153-177. DOI:10.1016/B978-0-08-099948-7.00005-1
2. Hu K., Ellinger J. J., Chylla R. A., Markley J. L. (2011) Measurement of absolute concentrations of individual compounds in metabolitemixtures by gradient-selective time-zero 1H-13C HSQC with two concentration reference sand fast maximum like lihoodreconstruction analysis. *Analytical Chemistry* No 83 (24). 10 p. DOI:10.1021/ac201948f
3. Jeffrey D. Clogston, The importance of nanoparticle physicochemical characterization for immunology research: what we learned and what we still need to understand, *Advanced Drug Delivery Reviews*, 10.1016/j.addr.2021.113897, (113897), (2021).
4. Libenson M.N. Vzaimodejstvie lazernogo izlucheniya s veshestvom (silovaya optika). Konspekt lekcij. ch.1. / [Libenson M.N., Yakovlev E.B., Shandybina G.D.] ; pod red. V. P. Vejko. – SPb : SPb GU ITMO, 2005. – 84s.
5. Razek M. H. A. Refraction of light and it sapplications. *Ain Shams Engineering Journal* May 2020. 13 p
6. Dmytruk M.L. Poverkhnevi plazmonni rezonansy ta yikh proiav u optychnykh vlastyostiakh nanostruktur blahorodnykh metaliv / M.L. Dmytruk, S.Z. Malynych // UFZh. – 2014. – Т. 9., № 1. – С. 3–37.
7. Venher Ye.F. Optyka malykh chastynok i dyspersnykh seredovyshch / Venher Ye.F., Honcharenko A.V., Dmytruk M.L. – Kyiv : Naukova dumka, 1999. – 347s.
8. Hraniak, V.F., Kukharchuk, V.V., Bogachuk, V.V., Phasenson contact method and procedure for measurement of axial displacement of electric machine's rotor.
9. Hlebcov N.G. Optika i biofotonika nanochastic s plazmonnym rezonansom / N.G.Hlebcov // *Kvantovaya elektronika*. – 2008. – Т.38, №6. – С. 504-529.
10. Zhu S. Optical properties of gold nanoparticles on heavily-doped Si substrate synthesized with an electrochemical process / S. Zhu, T.P. Chen, Z. Liu, Y.C. Liu, Y. Liu, S.F. Yu // *J. Electrochem. Soc.* – 2011. – Vol. 158, № 6. – P 152–155.
11. Rudenko S.P. Diagnostic of surface plasmons resonance sinnanosized gold films by modulation polarization spectroscopy / S.P. Rudenko, L.S. Maksimenko, I.E. Matyash, O.M. Mischuk, M.O. Stetsenko, B.K. Serdega // *Plasmonics*. – 2016. – Vol. 11. – P. 557–563.
12. Stetsenko M.O., Maksimenko L.S., Rudenko S.P., Krishchenko I.M., Korchovy A.A., Kryvyi S.B., Kaganovich E.B. & Serdega, B.K. 2016, Surface Plasmon's Dispersion Properties of Porous Gold Films, *Nanoscale Research Letters*, vol. 11, no. 1, pp. 1-7.
13. Gunko I., Hraniak V., Yaropud V., Kupchuk I., Rutkevych V. (2021) Optical sensor of harm fulairimpurity concentration. *Przeglad elektrotechniczny* No 7. P. 76-79. DOI: 10.15199/48.2021. 07.15